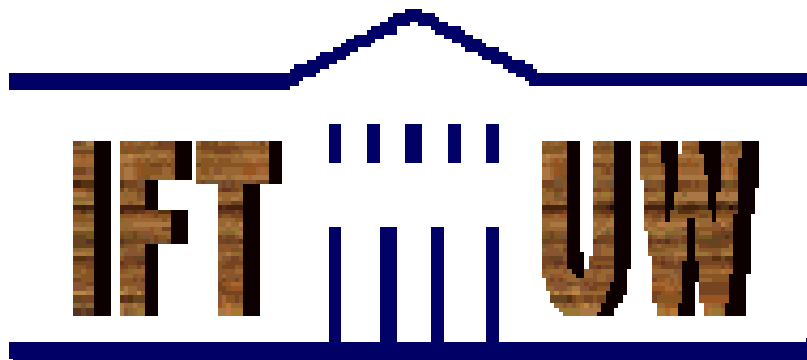


KOT SCHRÖDINGERA

Krzysztof Wódkiewicz

Instytut Fizyki Teoretycznej
Uniwersytet Warszawski



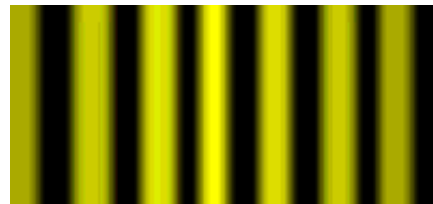
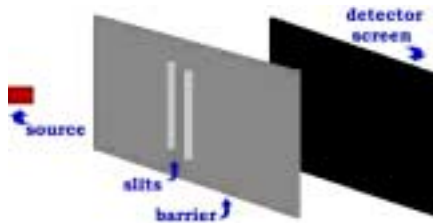
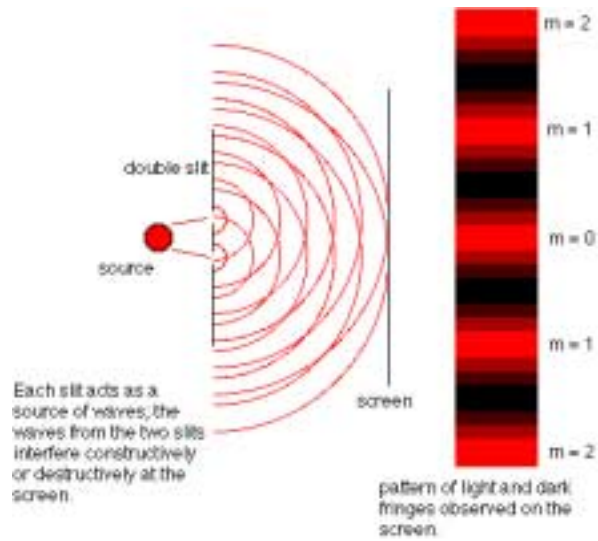
V Festiwal Nauki, UW, 23.09.2001

INTERFERENCJA FAL I CZĄSTEK

- Interferencja Younga



Thomas Young (1773-1829)



Maxwell (1864) Zasada liniowej superpozycji pól elektrycznych

$$E = E_1 + E_2$$

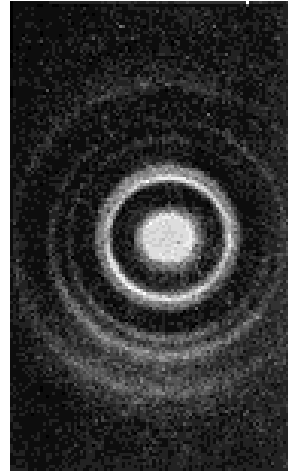
$$I = E^2 = I_1 + I_2 + \underbrace{2E_1E_2}_{\text{interferencja}}$$

• Interferencja cząstek

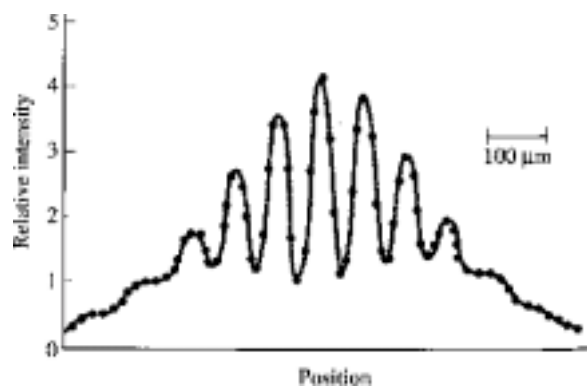
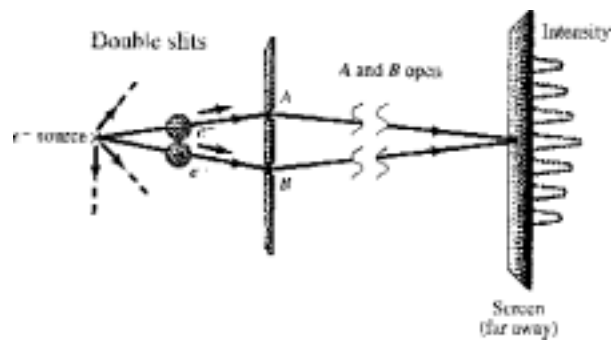
Fale de Broglie (1925) — $\Psi(\mathbf{x}, t)$



Ψ



$|\Psi|^2$



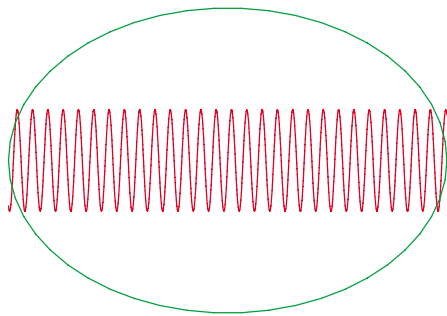
- Fale de Broglie

$$\Psi \simeq \cos(2\pi\nu t + 2\pi q/\lambda_{dB} + \varphi)$$

Długość fali de Broglie

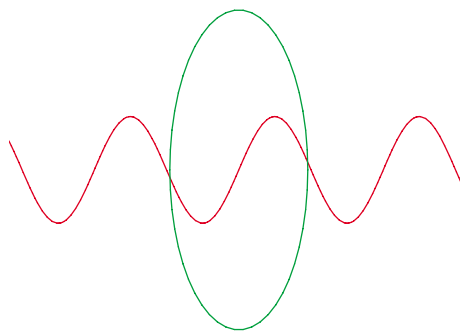
$$\lambda_{dB} = \frac{h}{mv} \quad h = 6.626 \dots 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{S}$$

Dla $m = 0.1 \text{ Kg}$ poruszającej się z prędkością $v = 60 \text{ m/s}$: $\lambda_{dB} \simeq 10^{-34}$



$$\lambda_{dB} \ll d$$

Dla atomu: $\lambda_{dB} \simeq 10^{-10}$



$$\lambda_{dB} \geq d$$

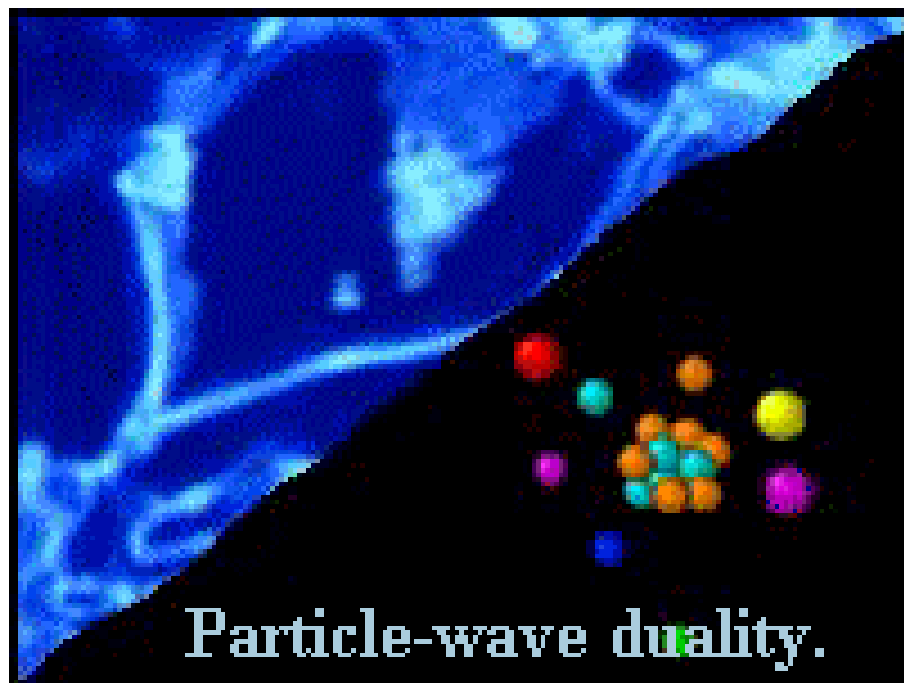
Równanie **Schrödingera** (1926). Funkcje falowe $\Psi_{1,2}(\mathbf{x}, t)$ spełniają zasadę liniowej superpozycji

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2$$

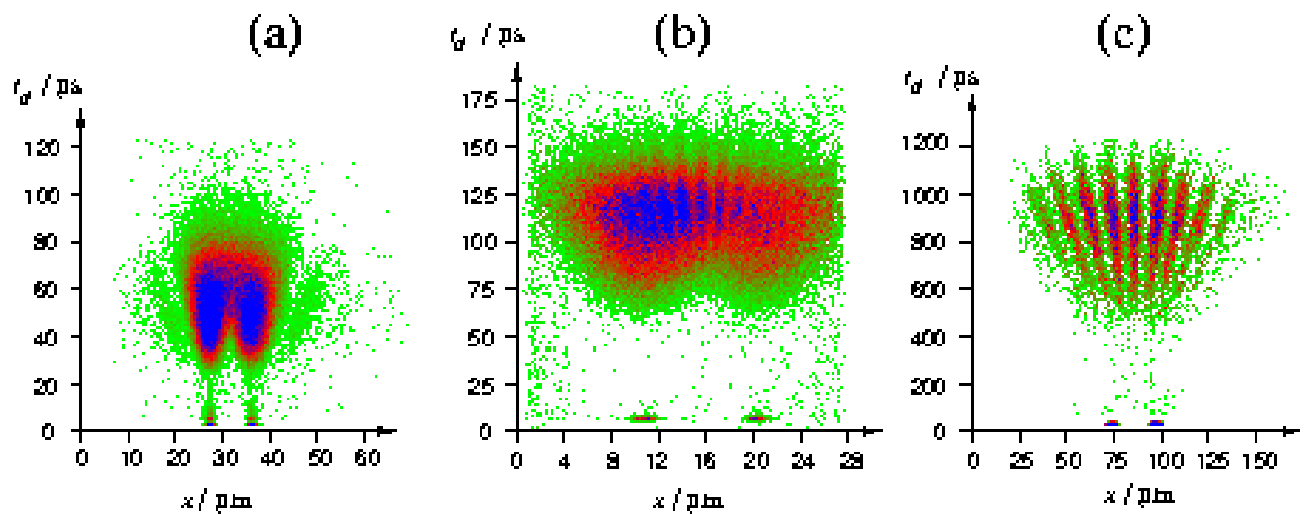
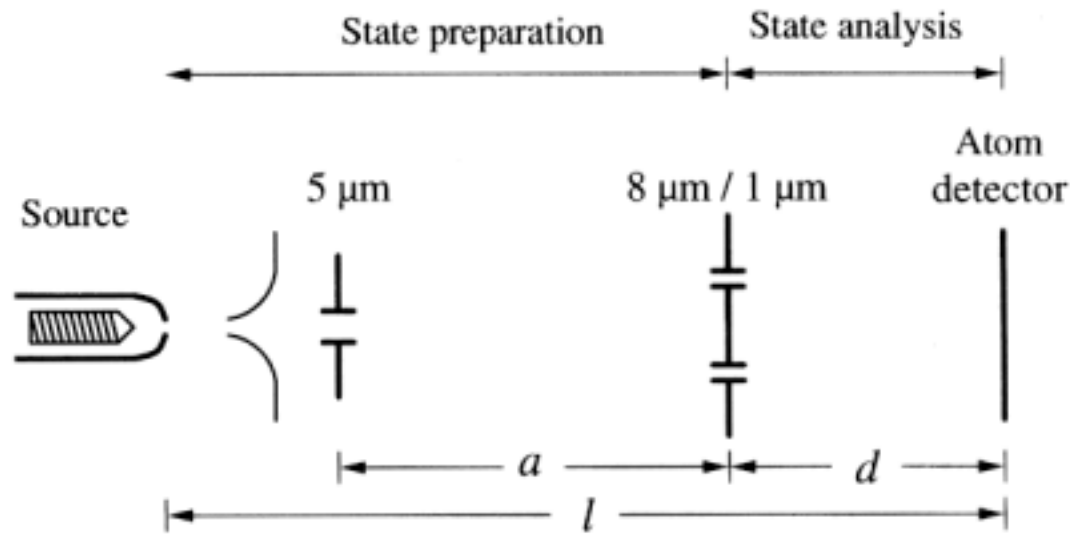
Zliczanie liczby cząstek na ekranie prowadzi do interferencji

$$\Psi^* \Psi = \Psi_1^* \Psi_1 + \Psi_2^* \Psi_2 + \underbrace{\Psi_1^* \Psi_2 + \Psi_2^* \Psi_1}_{\text{interferencja}}$$

Dualność falowo-korpuskularna
 Ψ zawiera aspekt falowy i cząstkowy



Interferencja atomów helu: *He*, J. Mlynek (1997)



(a) $d = 148\ \text{mm}$, (b) $d = 248\ \text{mm}$, (c) $d = 1950\ \text{mm}$

MECHANIKA KWANTOWA

Stan kwantowy jest dany wyrażeniem

$$\Psi^* \Psi \Rightarrow |\Psi\rangle\langle\Psi|$$

Born (1926) — prawdopodobieństwo, że stan kwantowy ma położenie x lub pęd $p = mv$ jest dane wzorami

$$\text{Pr}(x) = \langle x|\Psi\rangle\langle\Psi|x\rangle \quad \text{i} \quad \text{Pr}(p) = \langle p|\Psi\rangle\langle\Psi|p\rangle$$

Zasada liniowej superpozycji dla funkcji falowych (amplitud prawdopodobieństwa)

$$|\Psi\rangle = |\Psi_1\rangle + |\Psi_2\rangle$$

Co daje następujący stan kwantowy

$$|\Psi_1\rangle\langle\Psi_1| + |\Psi_2\rangle\langle\Psi_2| + \underbrace{|\Psi_1\rangle\langle\Psi_2| + |\Psi_2\rangle\langle\Psi_1|}_{\text{interferencja kwantowa}}$$

KOT SCHRÖDINGERA

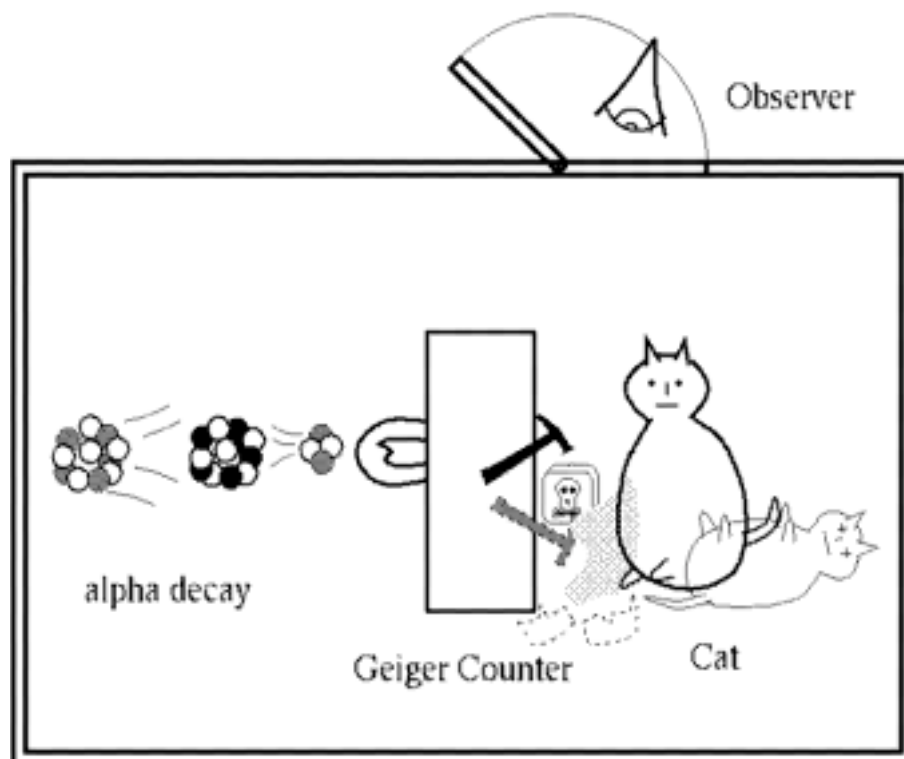
Schrödinger (1935)



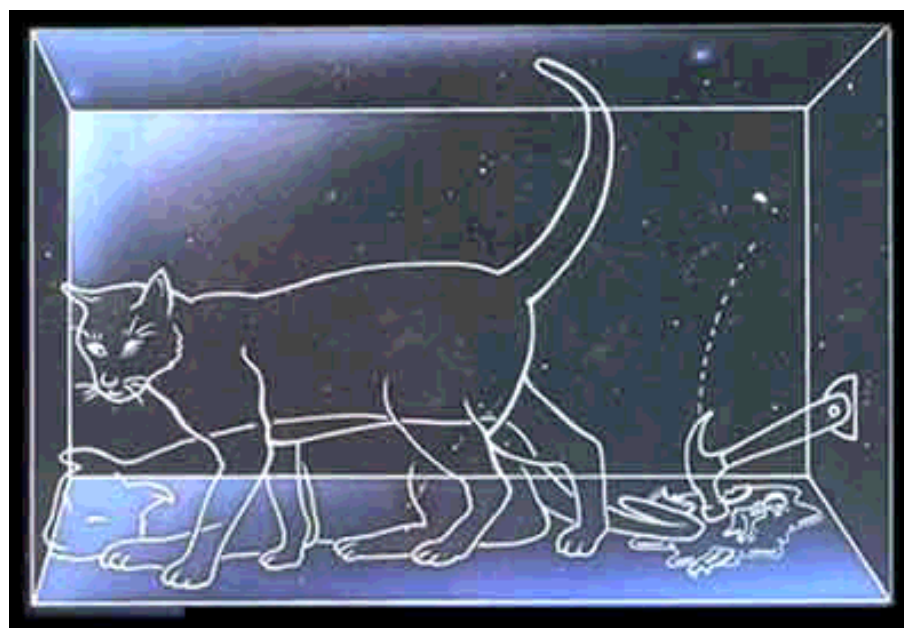
Czy może zachodzić interferencja stanów makroskopowych? Np. kotów?



Zasady liniowej superpozycji prowadzi do spektakularnej własności zwanej **SPLĄTANIEM**. Pojawia się gdy badane są **2** układy fizyczne. Np. kot i radioaktywny pierwiastek.



SPLĄTANY KOT SCHRÖDINGERA



Według **Schrödingera** otrzymujemy stan **splątany**:
młotka (radioaktywnego pierwiastka) i kota

$$\psi = \frac{|\text{😊}\rangle|\uparrow\rangle + |\text{😞}\rangle|\downarrow\rangle}{\sqrt{2}}$$

Krytyczna opinia **Schrödingera** o interferencji takiego stanu:

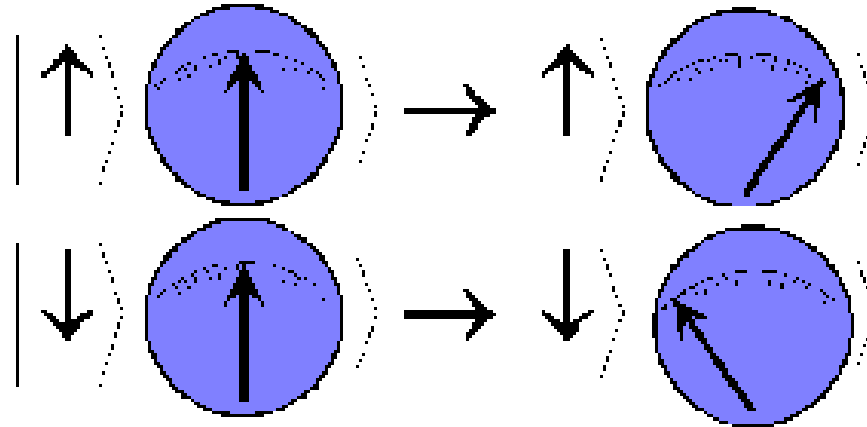
*jest to stan, mający kota żywego i martwego
.... zmieszanego lub rozmazanego w równych
częściach.*

Stany splątane



STANY MAKROSKOPOWE

Stany $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$ badane są, za pomocą wychyleń igły makroskopowego miernika

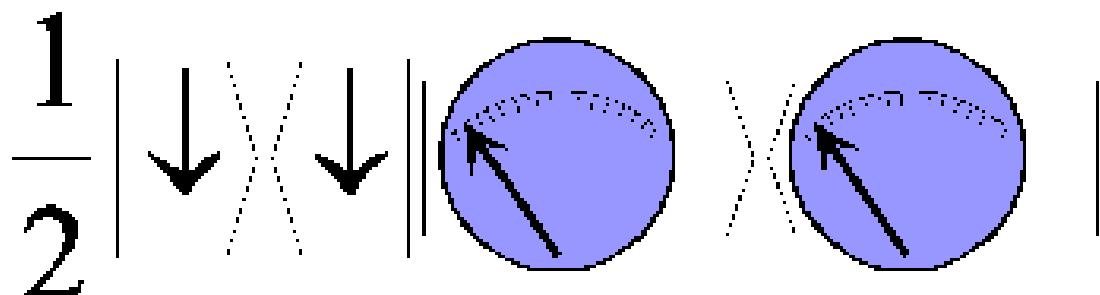
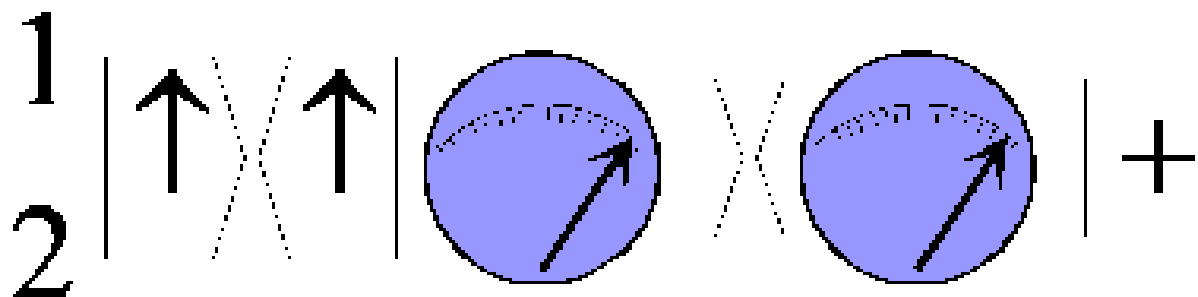
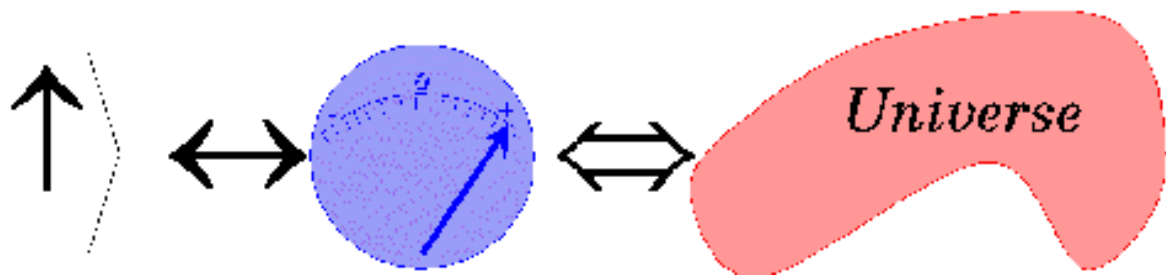


Dla liniowej superpozycji mamy splątanie i kwantową interferencję

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle \right) \text{ (blue circle with vertical arrow) } \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\uparrow\rangle \text{ (blue circle with diagonal arrow) } + |\downarrow\rangle \text{ (blue circle with diagonal arrow) } \right)$$

Dlaczego takiej interferencji nie obserwuje się makroskopowo? **DEKOHERENCJA** czyli utrata interferencji.

$$|\Psi\rangle\langle\Psi| = |\Psi_1\rangle\langle\Psi_1| + |\Psi_2\rangle\langle\Psi_2| + \underbrace{0}_{\text{interferencja kwantowa}} \rightarrow \text{dekoherencja}$$

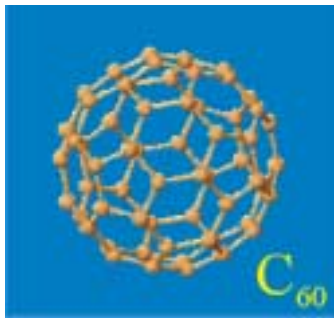


INTERFERENCJA PIŁECZEK



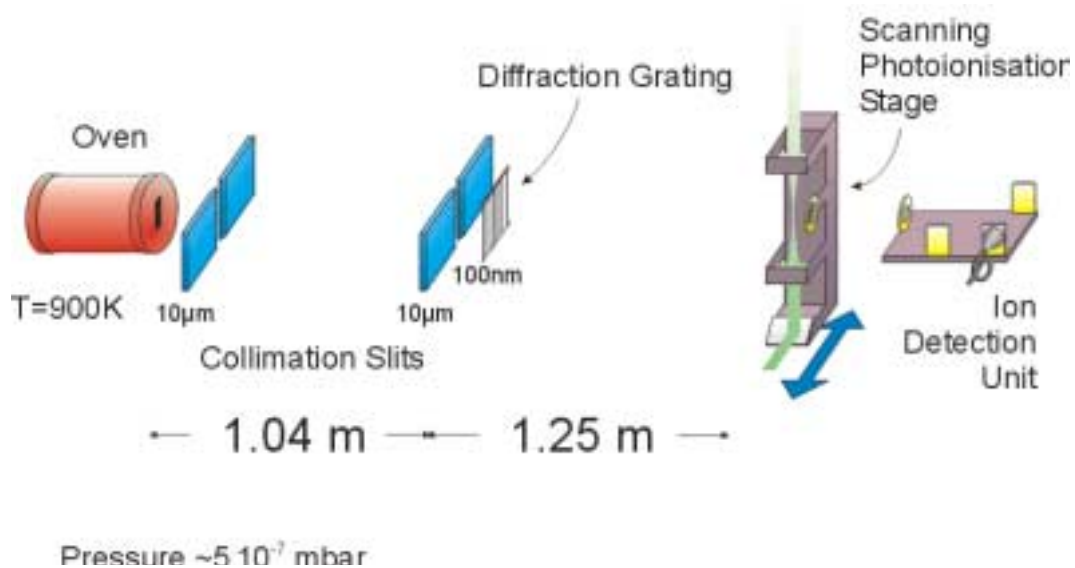
Przepisy FIFA $\frac{\text{pilka}}{\text{bramka}} = \frac{22}{732} \sim \frac{1}{33}$

A. Zeilinger (1999) — C_{60}



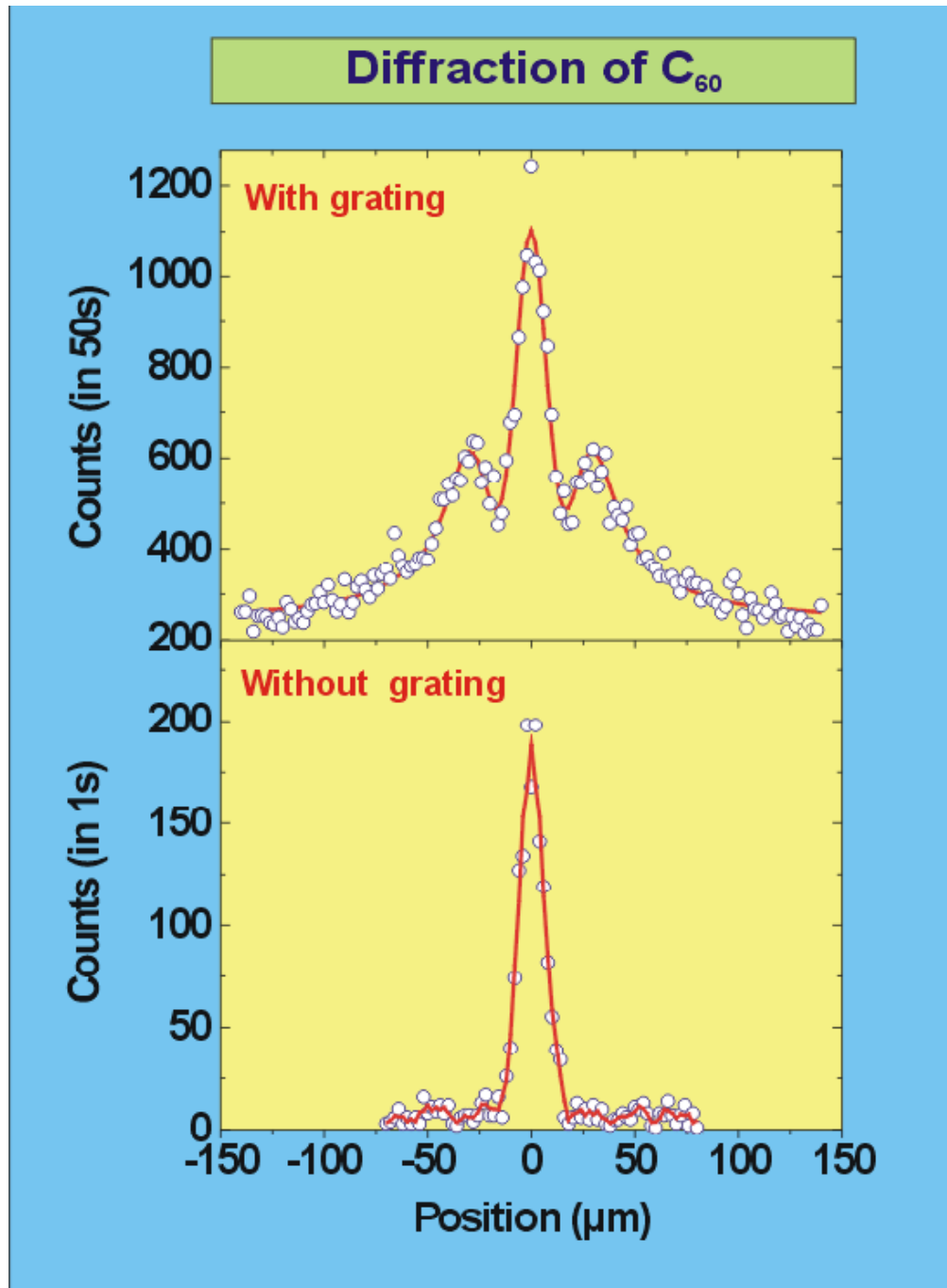
Masa = 720 m.a.

$$\lambda_{dB} \simeq \frac{\langle C_{60} \rangle}{400}$$



Kwantowa piłka C_{60} i siatka dyfrakcyjna

$$\langle C_{60} \rangle \simeq 10^{-9} \text{ m} \quad \frac{\langle C_{60} \rangle}{\text{siatka}} \simeq \frac{1}{50}$$

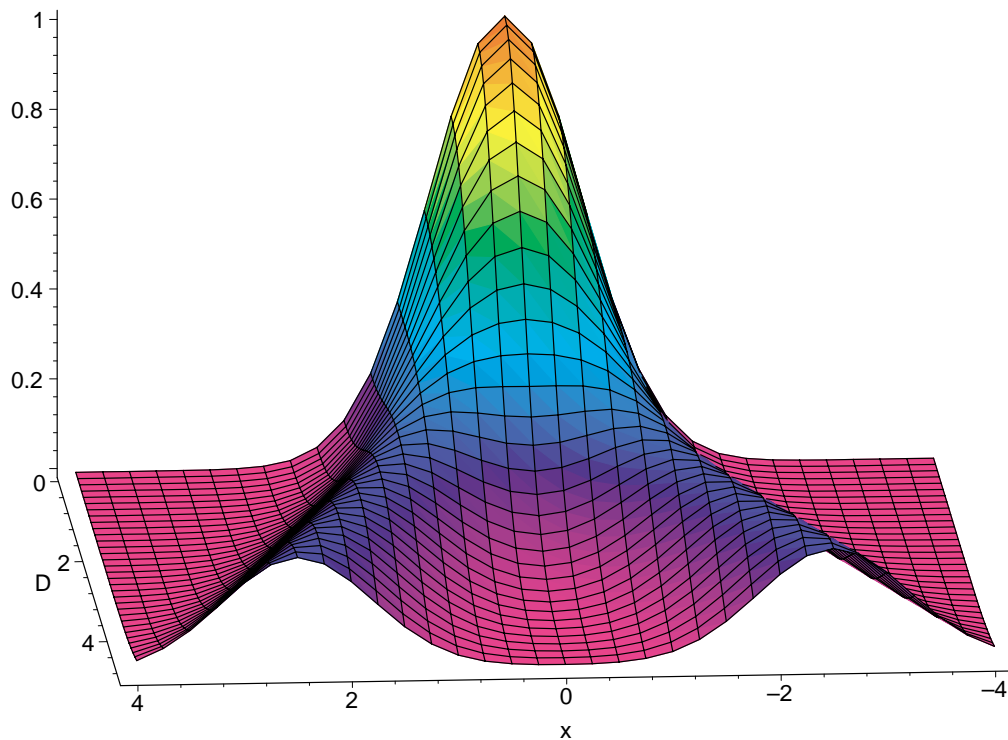


GENERACJA KOTA

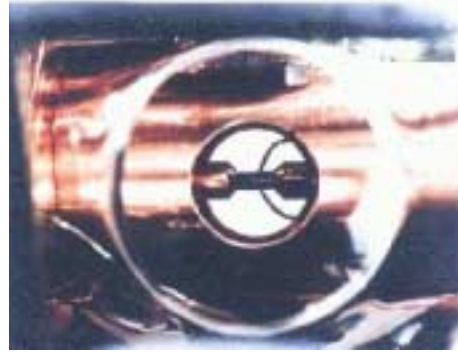
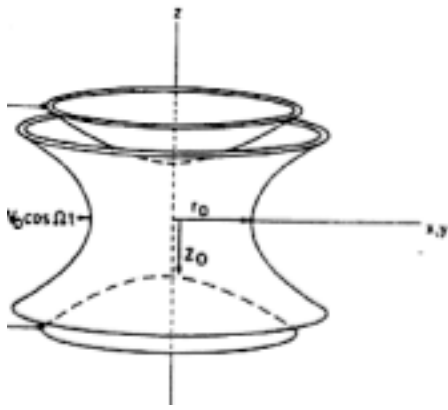
Splątanie stanów atomowych $|\uparrow\rangle$ i $|\downarrow\rangle$ z kotem reprezentowanym przez dwie, makroskopowo rozróżnialne funkcje falowe Gaussa: $G(x) = \exp(-\frac{x^2}{2})$

$$\langle \mathbf{x} | \Psi \rangle \simeq G(x - \frac{D}{2}) + G(x + \frac{D}{2}) = G_- + G_+$$

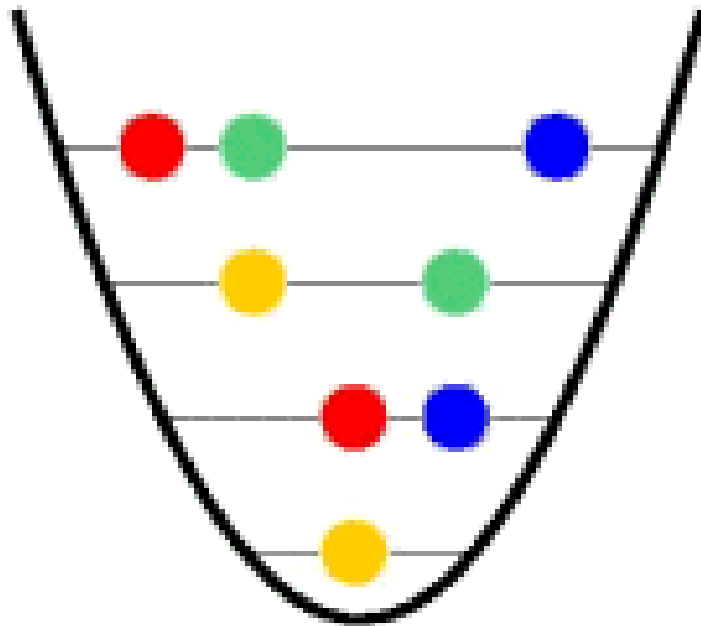
$$\text{Pr}(x) = \text{Pr}_+ + \text{Pr}_- + 2 \underbrace{e^{-\frac{D^2}{4}}}_{\text{widzialnosc}} G(x) \cos \varphi$$



Wineland (1996-2001) – Pułapka Paula dla jonu

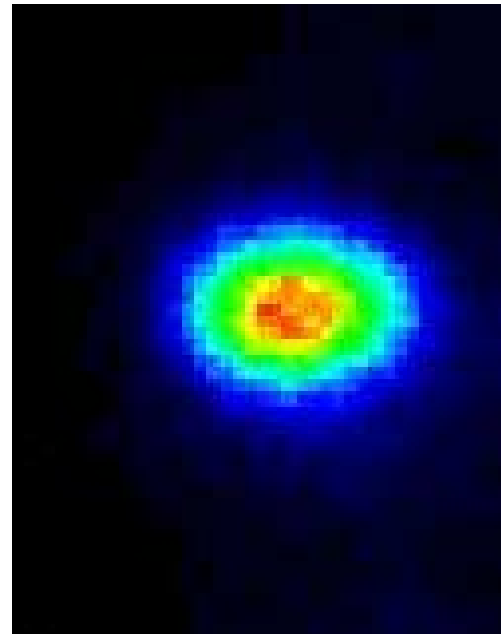
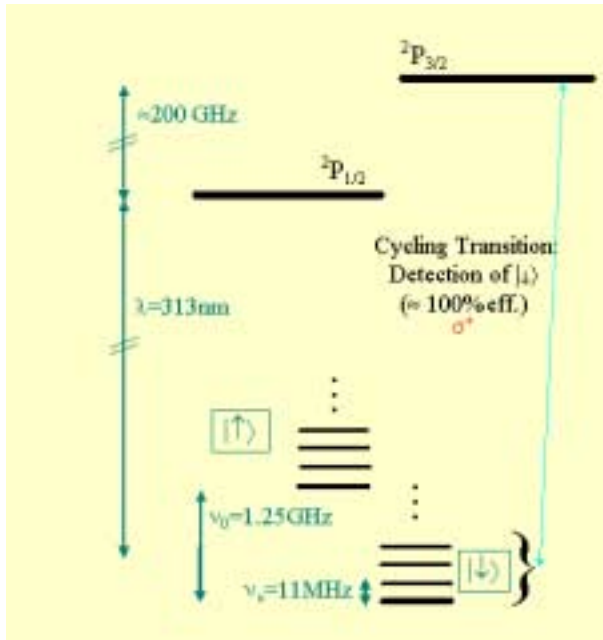


Jony w potencjale oscylatora harmonicznego

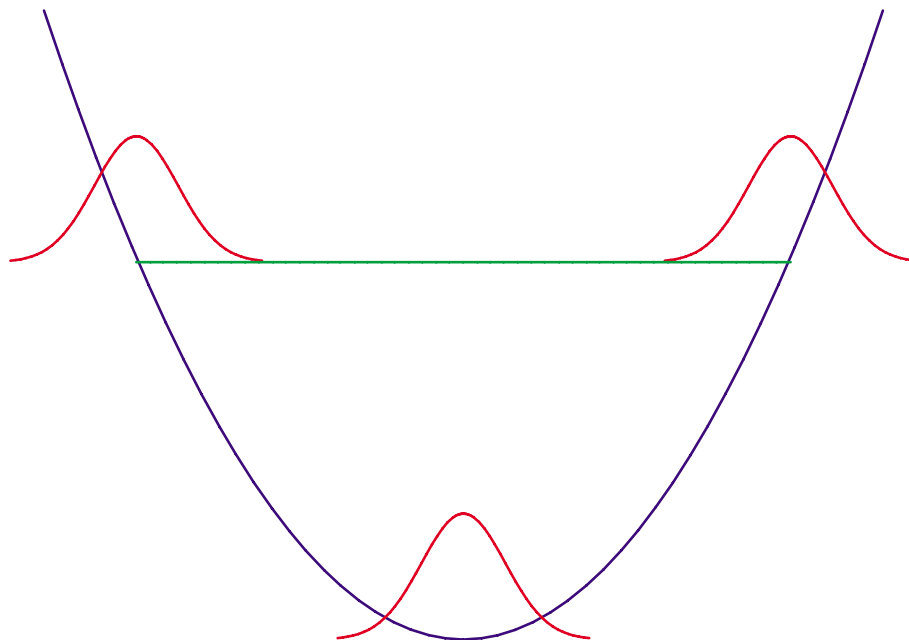


$$F = -x \quad \rightarrow \quad \text{potencjal} \quad V = \frac{x^2}{2}$$

Pułapkowanie jonów ${}^9\text{Be}^+$, $\nu_0 = 1.25 \text{ GHz}$



Manipulacja funkcjami falowymi środka masy jonu

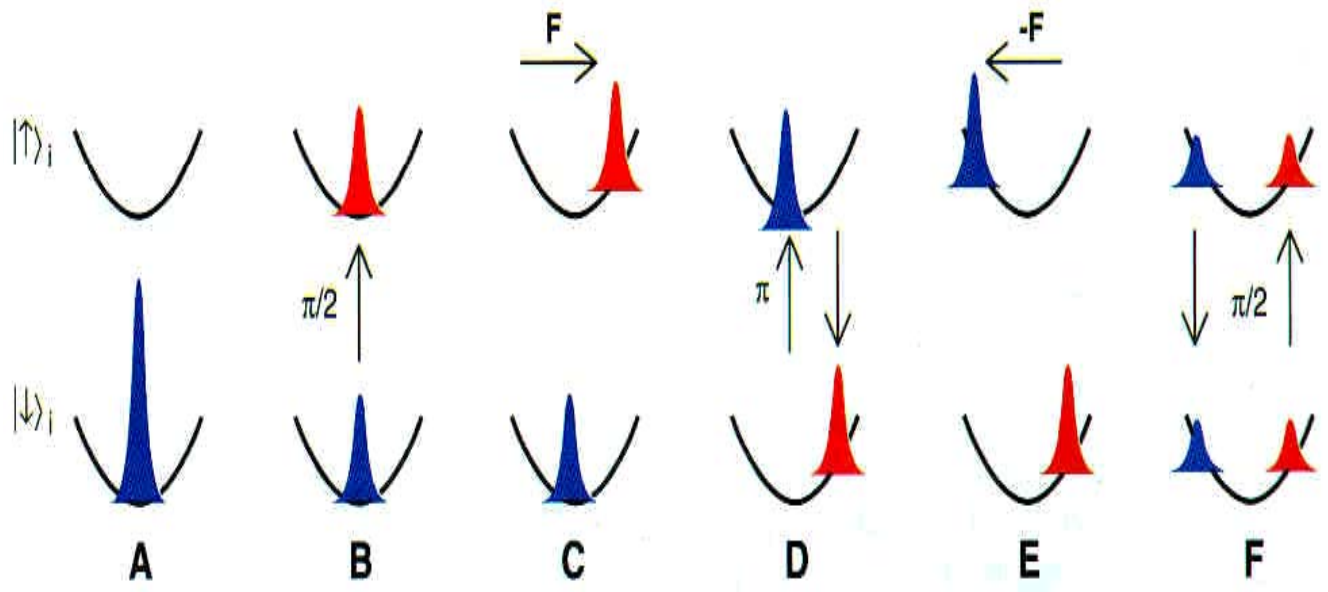


Stała siła F zmienia siłę elastyczną

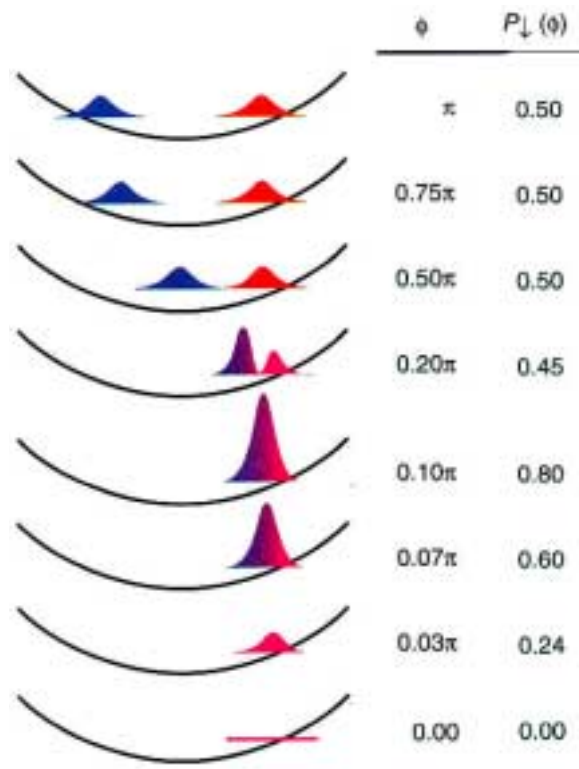
$$F_{\text{jon}} = -x + F$$

Taka siła zmienia potencjał oscylatora

$$V = \frac{x^2}{2} - Fx = \frac{(x - F)^2}{2} - \frac{F^2}{2}$$

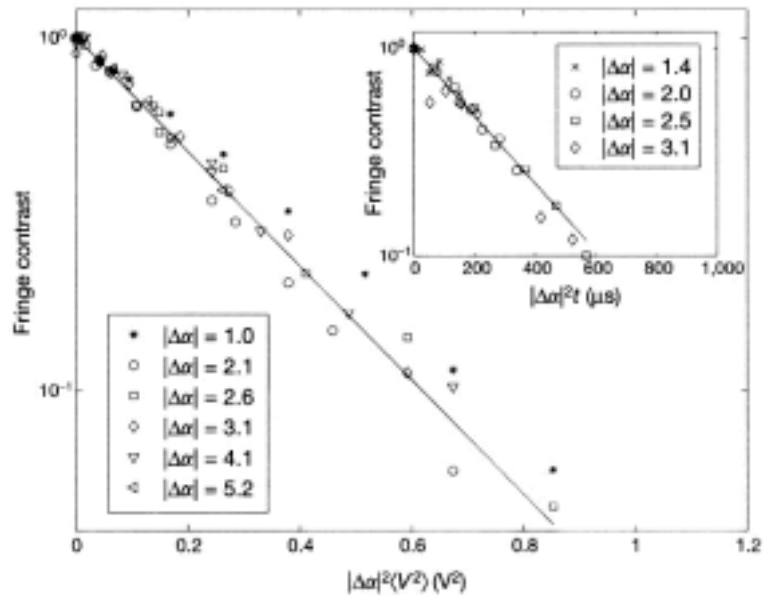


Odległość między funkcjami falowymi $D = 83 \text{ nm}$



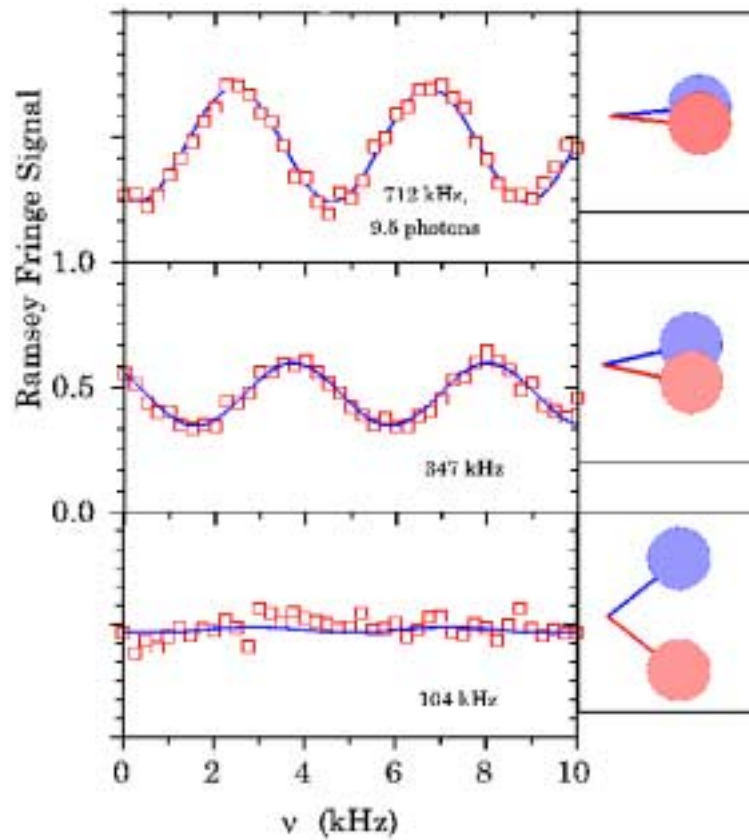
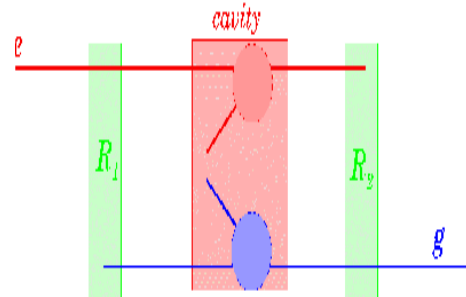
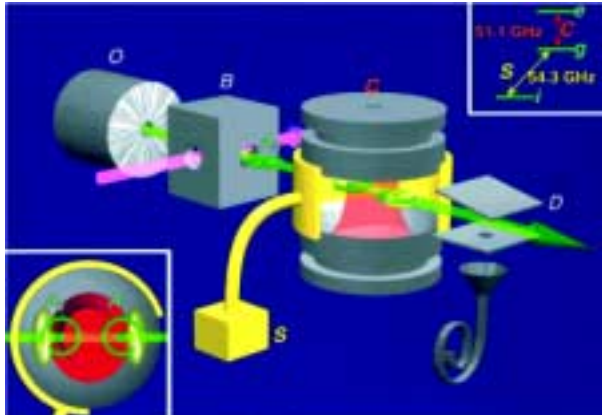
Widzialność prążków interferencyjnych

$$\ln(\text{widzialnosc}) = -D^2$$



Dekoherencja Kota

Haroche (1996-2001) ^{85}Rb , $\nu_0 = 51.099 \text{ GHz}$



Wnioski

1. Generacja liniowych superpozycji obiektów **mezoskopowych**.
2. Obserwacja **interferencji** kwantowej.
3. Generacja stanów **splątanych**. Kot Schrödingera.
4. **Dekoherencja** niszczy splecenie i interferencję.

Kot Schrödingera (obraz)

