

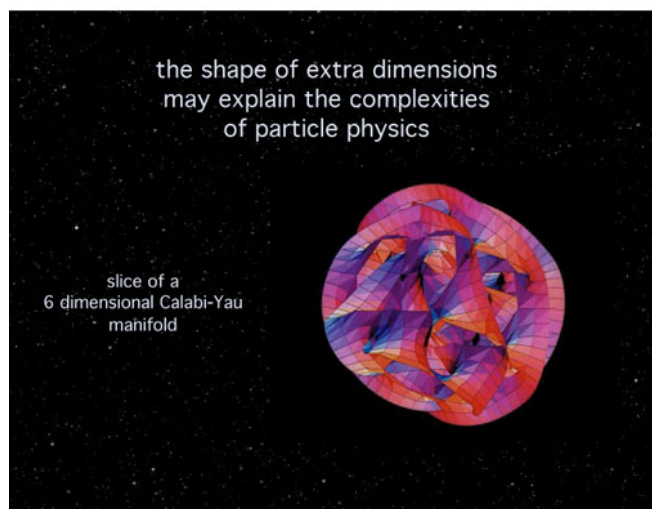
Więcej niż trzy czyli magiczny świat dodatkowych wymiarów

Zygmunt Lalak

6 października 2004

Streszczenie

- Trochę historii.
- Magiczny świat dodatkowych wymiarów.
- Dlaczego trzy to za mało
- Dlaczego cztery to także za mało
- Unifikacja wszystkich oddziaływań
- Poszukiwania.



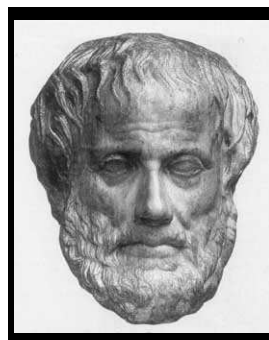
Wielowymiarowa historia

- Euklides (ok. 365-300 p.n.e.)



W 'Elementach' opisał podstawy płaskiej, trójwymiarowej geometrii. Nawet nie wspominał o czwartym wymiarze.

- Arystoteles (384-322 p.n.e.)



Jako pierwszy kategorycznie stwierdził, że czwarty wymiar nie może istnieć. 'Linia ma rozmiar na jeden sposób, płaszczyzna na dwa sposoby, bryła na trzy; nie ma innego sposobu, ponieważ trzy opisują już wszystko.'

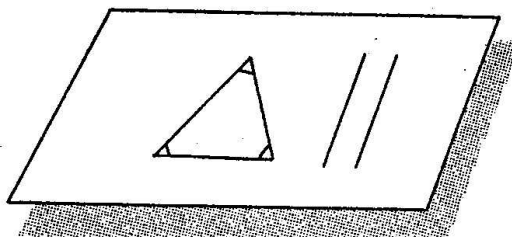
- Ptolemeusz ok. 150 n.e. podał dowód, że czwartego wymiaru nie ma: 'Narysuj 3 wzajemnie prostopadłe proste – czwartej prostopadłej do tych trzech poprowadzić już nie można'.
- Georg Bernhard Riemann (1826-1866)



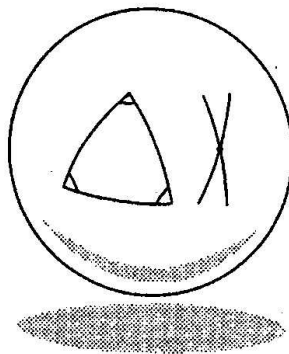
W swoim wykładzie z 10. czerwca 1854, przedstawił uogólnienie geometrii Euklidesa do dowolnej liczby wymiarów oraz rozważał zakrzywione powierzchnie zanurzone w wielowymiarowych przestrzeniach. Jednak traktował te rozważania formalnie; nie myślał o zastosowaniach.

Riemann kontra Euklides

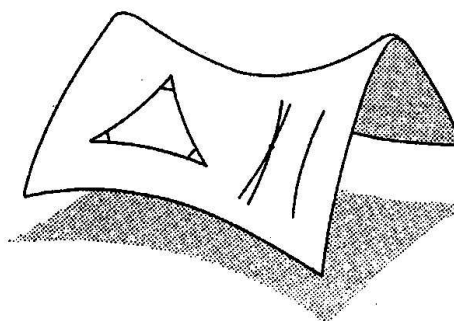
krzywizna
zerowa



krzywizna
dodatnia



krzywizna
ujemna



Rysunek 1: Przykłady geometrii nieeuklidesowych.

Riemann wprowadził pojęcie **tensora metrycznego** g_{ij} opisującego odległość w zakrzywionej przestrzeni:

$$(ds)^2 = (d\vec{x})^T g d\vec{x}$$

Tensor metryczny g jest macierzą $N \times N$ w N wymiarach, na przykład

$$g_{ij} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{bmatrix}$$

gdy $N = 3$.

Szalone pomysły: jak wykorzystać dodatkowe wymiary?

- można przenikać przez ściany
- znikać do dodatkowego wymiaru i pojawiać się nieoczekiwanie
- wykonywać zabiegi chirurgiczne bez przecinania skóry
- ...

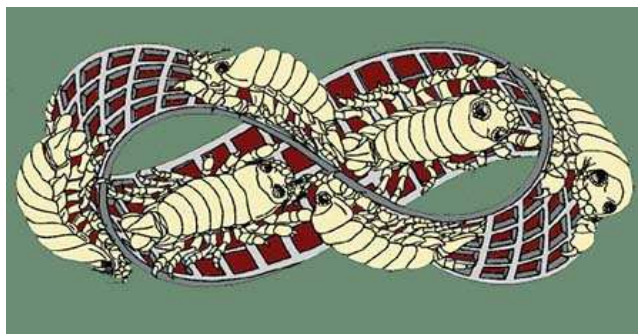
Witamy w krainie płaszczaków



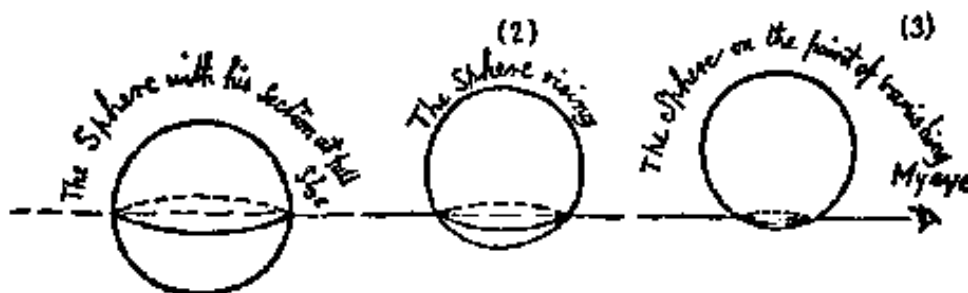
Rysunek 2: Edwin Abbott (1838-1926).

Abbott napisał w 1884 roku powieść satyryczną 'Flatland'. Jej bohaterowie żyją w 2 wymiarach i nie zdają sobie sprawy z istnienia 3go wymiaru ('Space-landu').

Witamy w krainie płaszczaków



Rysunek 3: Płaszczaki na wstędze Mobiusa.



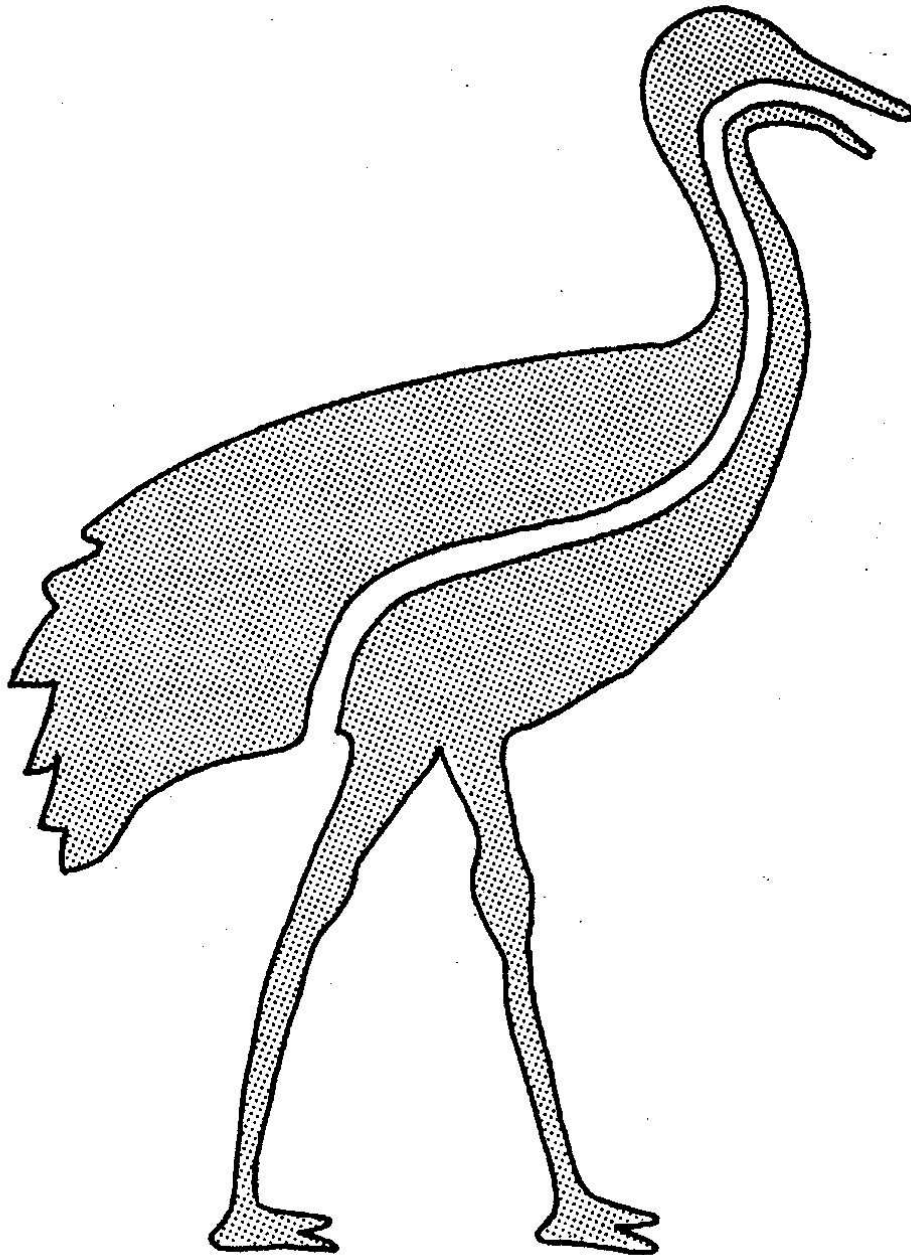
Rysunek 4: Tak mieszkańcy Flatlandii widzą sferę – przybysza z 3go wymiaru.

Witamy w krainie płaszczaków



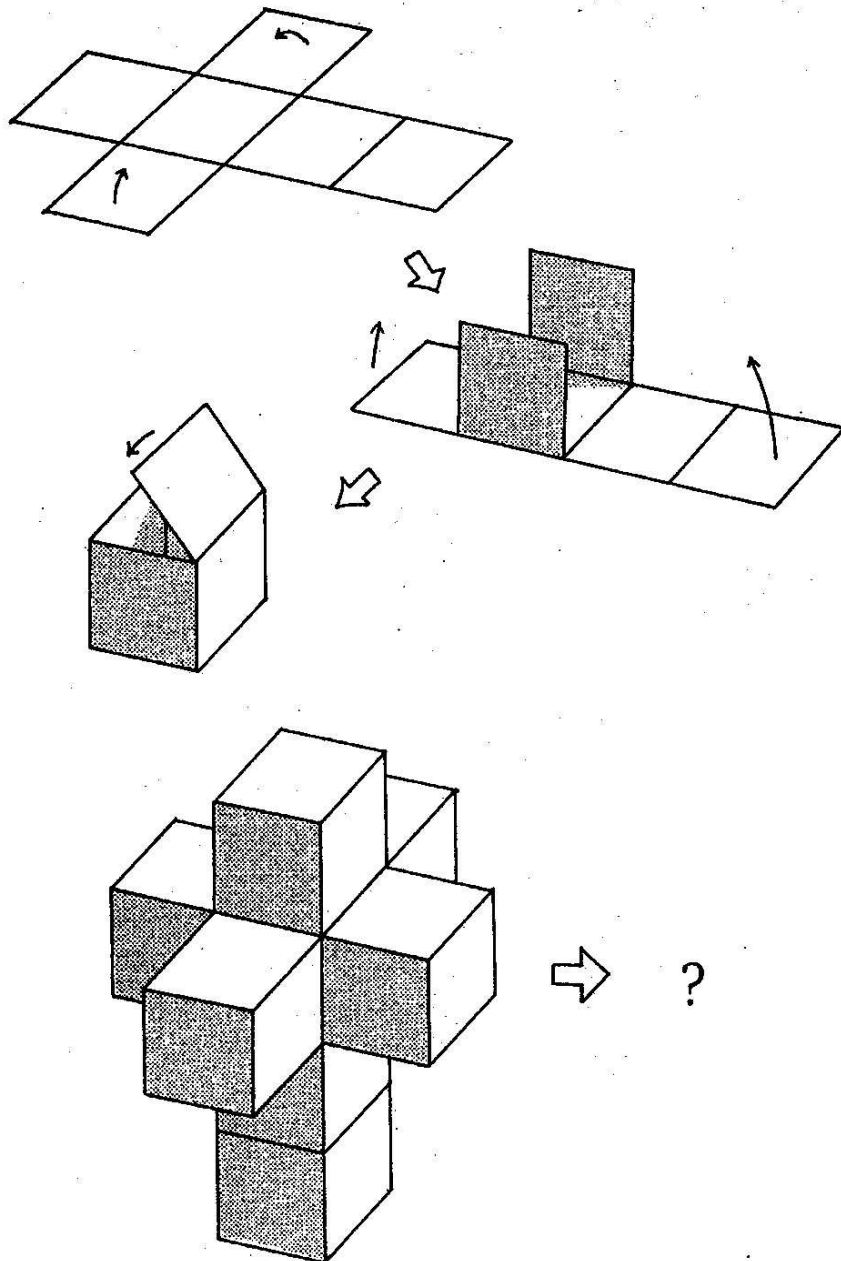
Rysunek 5: Picasso: portret Dory Maar – autor widzi modelkę z dwu perspektyw jednocześnie.

Trudne życie w dwóch wymiarach

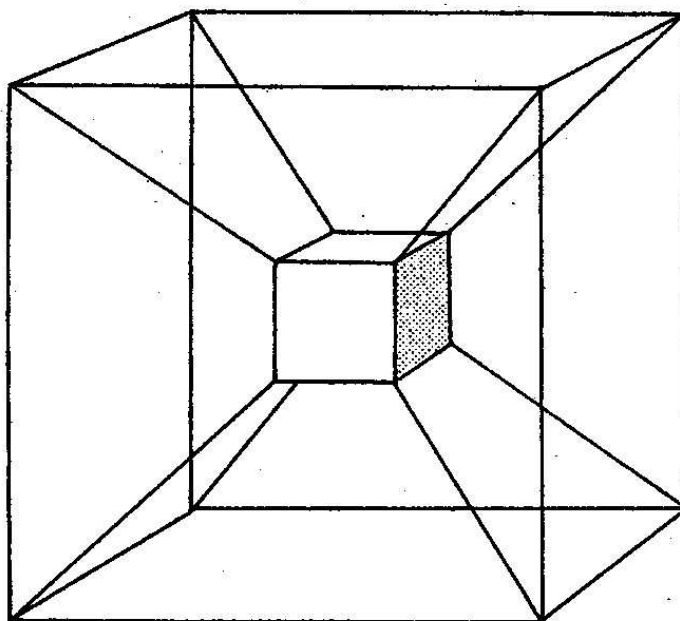
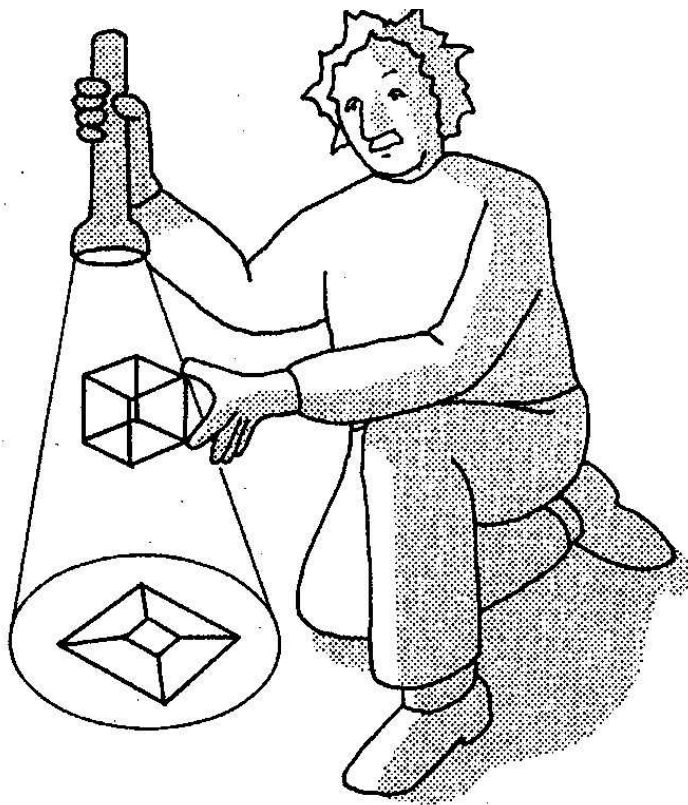


Rysunek 6: Dwuwymiarowa istota nie może jeść (?!)

Czterowymiarowe obiekty



Rysunek 7: Jak wyobrazić sobie czterowymiarowy hiper-sześcian.



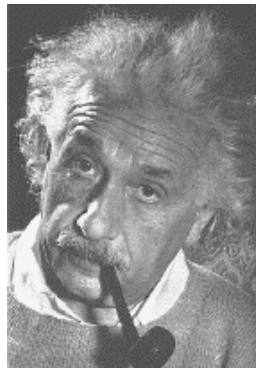
Rysunek 8: Trójwymiarowy cień czterowymiarowego hipersześcianu.



Rysunek 9: Salvador Dali: 'Corpus hypercubus' (1954).

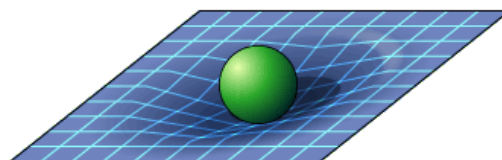
Wielowymiarowa historia

- Albert Einstein (1879-1955)

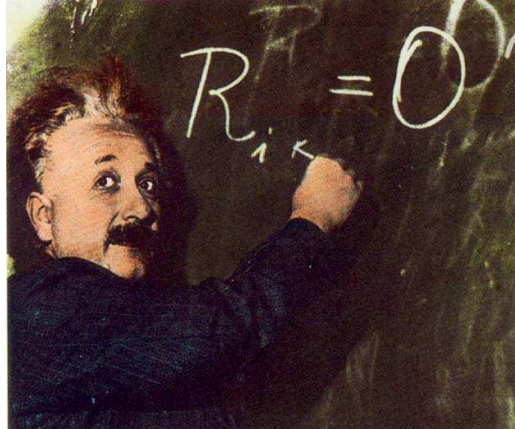


Stworzył ‘Szczególną Teorię Względności’ (1905), w której czas stał się równorzędnym partnerem trzech wymiarów przestrzennych – zunifikował przestrzeń i czas w czterowymiarową czasoprzestrzeń.

- Einstein zbudował również 4-wymiarową teorię grawitacji (1915) – Ogólną Teorię Względności. Wzorem była teoria elektromagnetyzmu Maxwella, *foton* → *grawiton*.



Masy zakrzywiają czasoprzestrzeń wokół siebie.



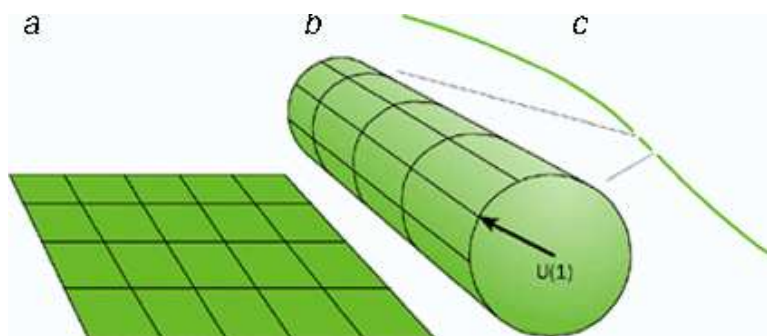
- Theodor Kaluza (1885-1954) i Oskar Klein (1894-1977)



Zainspirowany OTW Einsteina Kaluza zaproponował 'unifikację' grawitacji i elektromagnetyzmu za pomocą dodatkowego wymiaru przestrzennego. Klein wyjaśnił dlaczego tego dodatkowego wymiaru nie widać.

Teoria Kaluzy i Kleina

Rozważając grawitację w pięciowymiarowej czasoprzestrzeni, Kaluza i Klein próbowali połączyć grawitację z elektromagnetyzmem Maxwell'a. Piąty wymiar został zwinięty – skompaktyfikowany.



Rysunek 10: Piąty wymiar zwinięty jak naleśnik.

Pięciowymiarowy tensor metryczny był wystarczająco ‘pojemny’ aby pomieścić czterowymiarową grawitację i oddziaływania elektromagnetyczne.

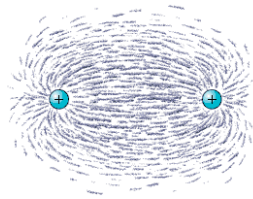
$$g_{MN} = \begin{bmatrix} g_{\mu\nu} & A_\mu \\ A_\nu & \phi \end{bmatrix},$$

Idee Kaluzy i Kleina stanowią podwaliny współczesnych teorii z dodatkowymi wymiarami.

Unifikacja a dodatkowe wymiary

W przyrodzie występują cztery rodzaje oddziaływań:

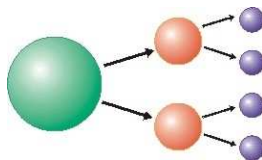
- Oddziaływanie elektromagnetyczne



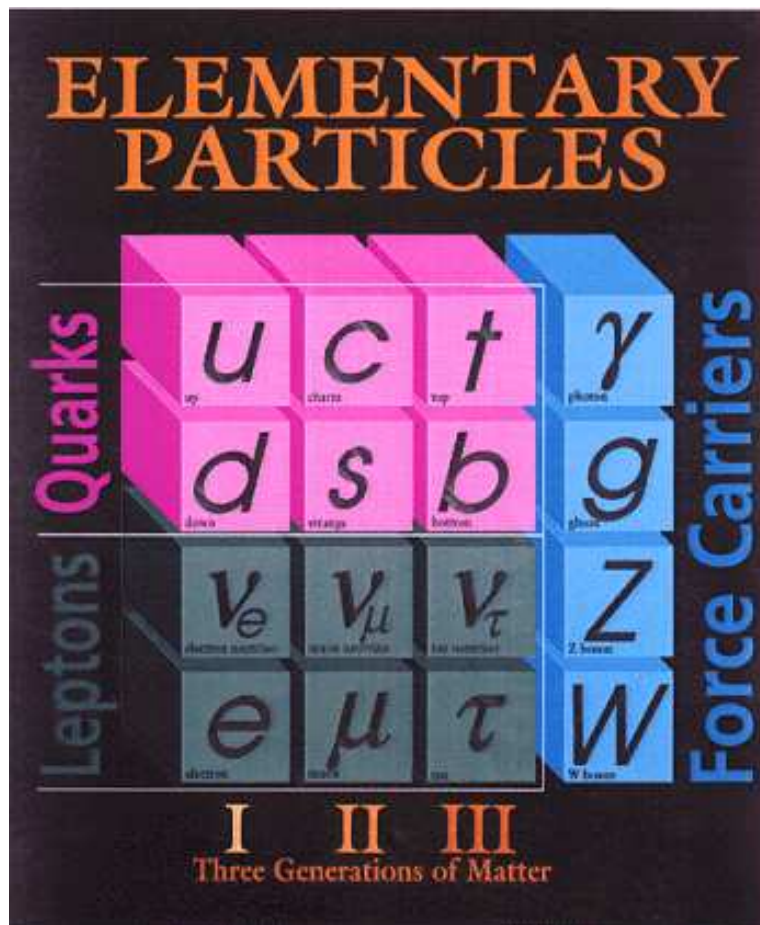
- Silne oddziaływanie jądrowe

powodują, że proton jest stabilny

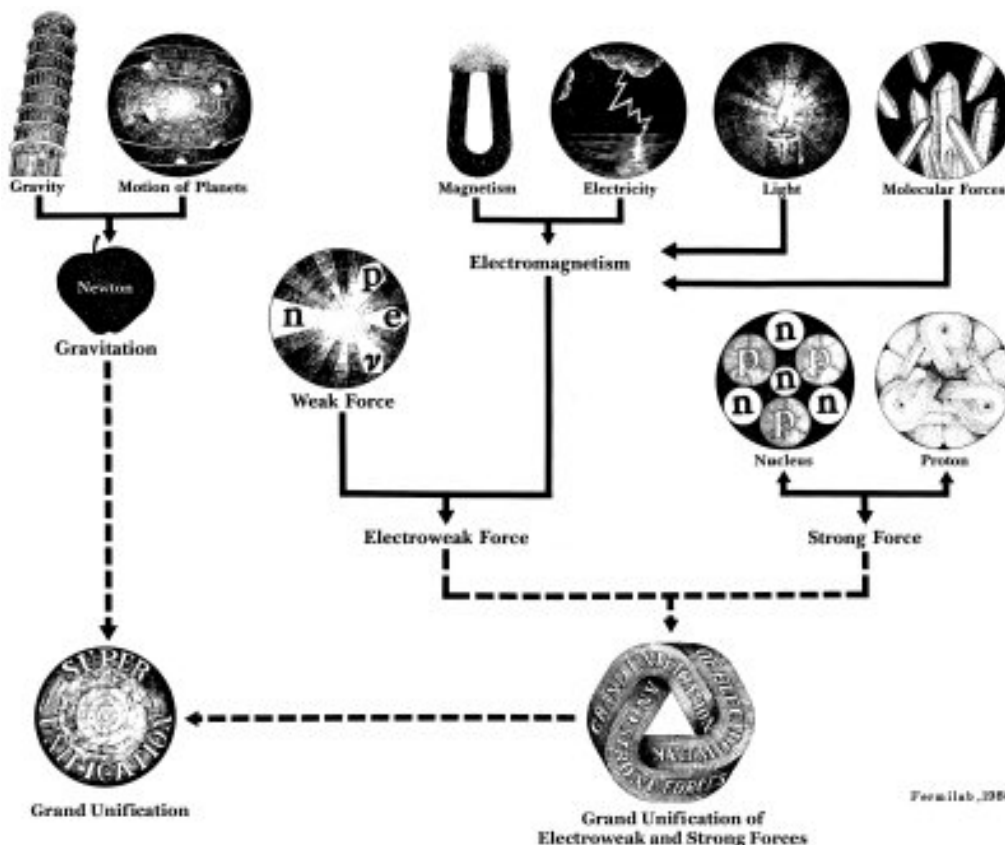
- Słabe oddziaływanie jądrowe



- Oddziaływanie grawitacyjne



Rysunek 11: Podstawowe składniki Wszechświata.



Rysunek 12: Wielka Unifikacja.

Supersymetria

symetria czasoprzestrzenna, która unifikuje fermiony (kwarki, elektrony...) z bozonami (fotonami, bozonami W i Z, grawitonem...) – każdemu bozonowi przyporządkowuje partnera fermionowego i na odwrót !

Problem hierarchii

W przyrodzie istnieją dwie fundamentalne skale energetyczne:

- skala Fermiego – skala oddziaływań elektroslabych

$$M_W = 100 \text{ GeV} = 100 \text{ mas protonu}$$

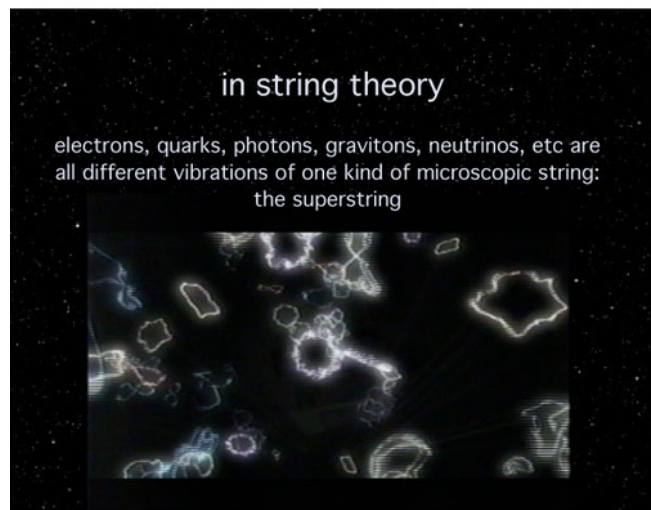
- skala Planka określająca siłę oddziaływania grawitacyjnego

$$M_P = 100000000000000000000 \text{ GeV} = 0.00001 \text{ grama}$$

- Coraz częściej przyjmuje się, że istnieje tylko jedna fundamentalna skala energetyczna, która przy energiach niższych niż skala Planka rozszczepia się na dwie skale.

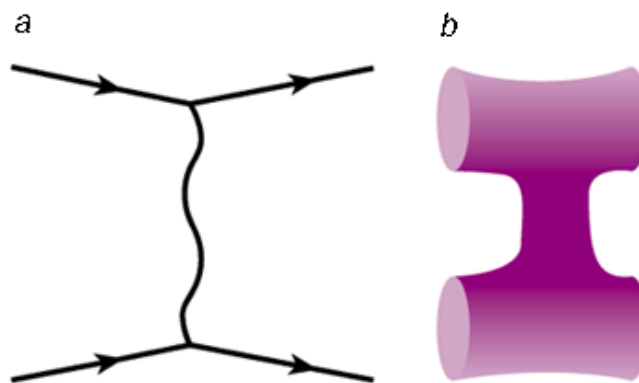
Superstruny

TEORIA SUPERSTRUN



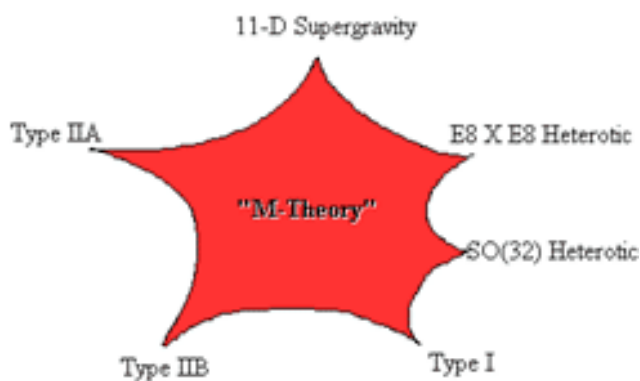
Rysunek 13: Struny są obiektami rozciągniętymi, których wibracje widzimy jako cząstki.





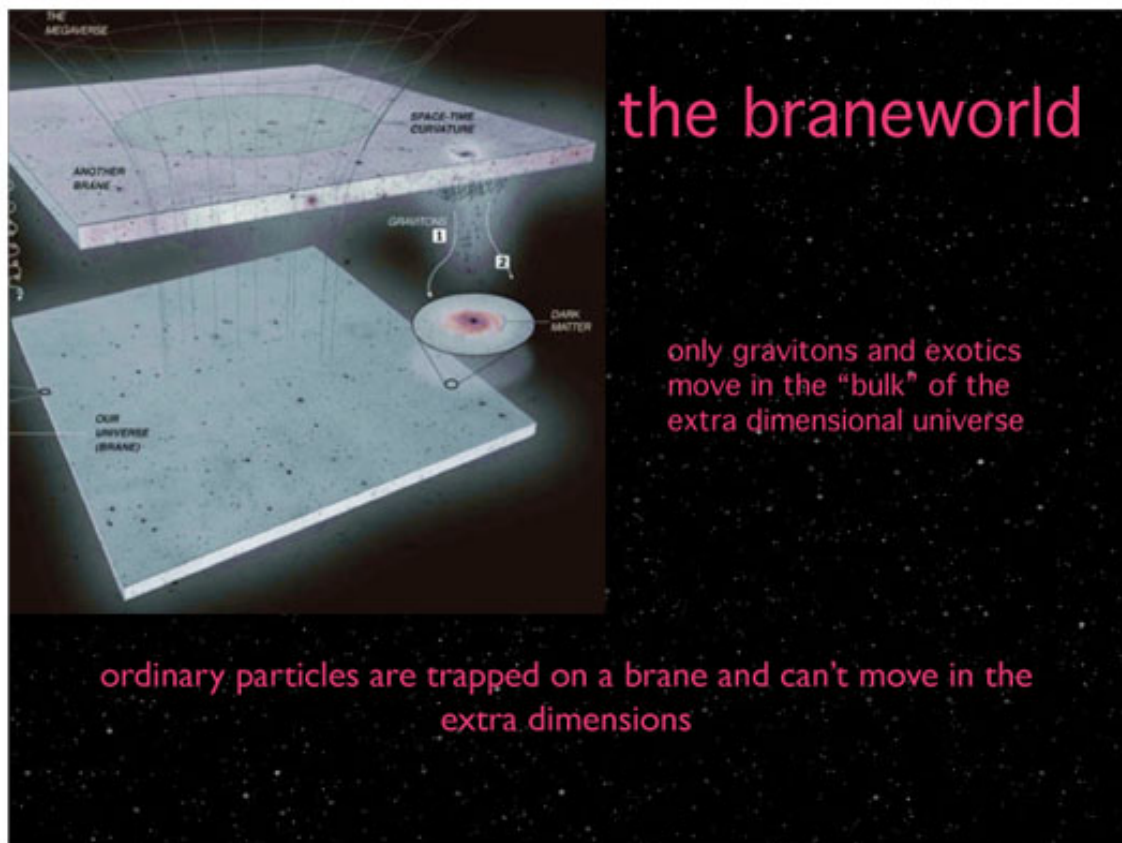
Rysunek 14: Oddziaływanie strun.

Kwantowa Teoria Superstrun istnieje tylko w 10 wymiarach!!

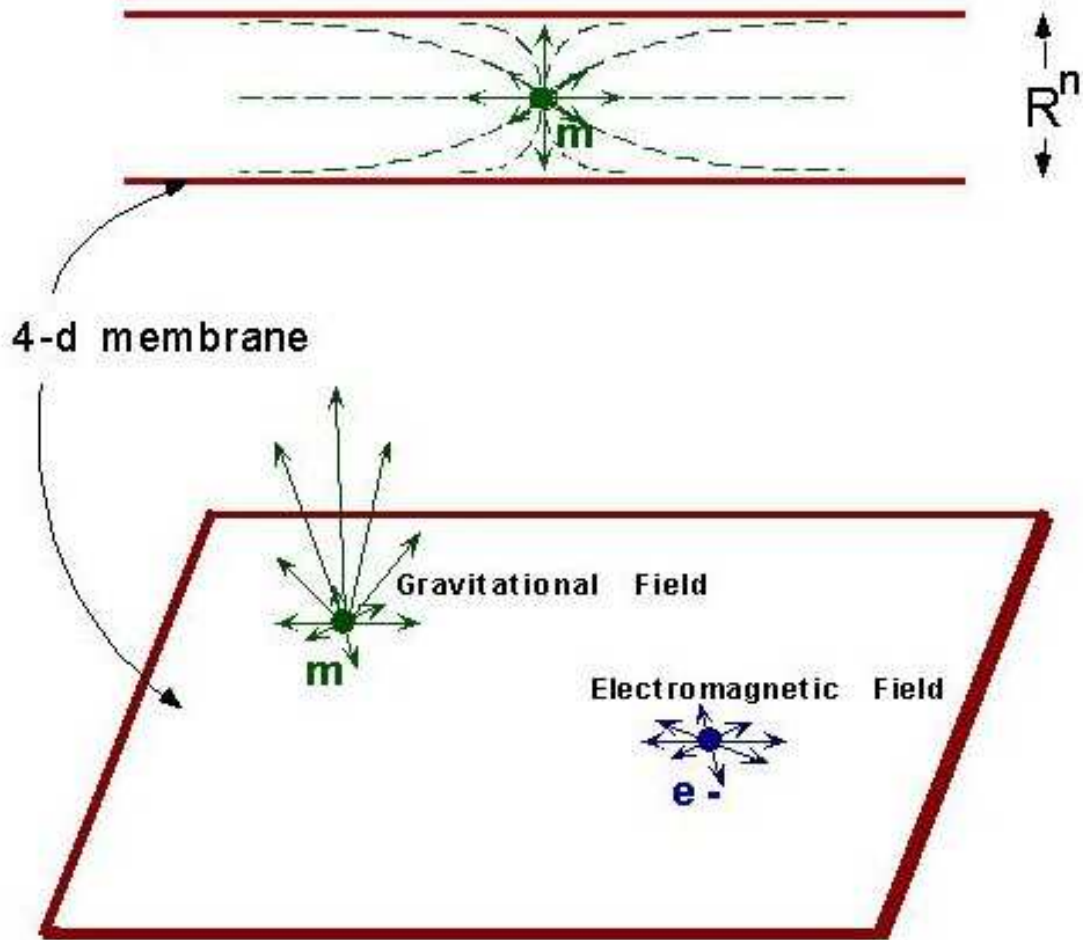


Rysunek 15: Pięć znanych teorii superstrun uważa się za emanacje tajemniczej Teorii M.

Modele z branami



Rysunek 16: Świat bran.



Rysunek 17: Model Standardowy uwięziony na branie.

Rozwiązanie problemu hierarchii

Efektywna masa Plancka:

$$M_P^2 \sim M^{2+n} r_c^n$$

Jeśli teraz $M \sim 10^3 GeV$ i

$$r_c \sim 10^{\frac{32}{n}-3} \frac{1}{GeV},$$

to dostajemy $M_P \sim 10^{19} GeV$.

Rozmiar promienia dodatkowych wymiarów w zależności od ich liczby:

- dla $n = 1$ mamy $r_c \sim 10^{29} \frac{1}{GeV} \approx 7AU$
- dla $n = 2$ mamy $r_c \sim 10^{13} \frac{1}{GeV} \approx 0.1mm$
- dla $n = 3$ mamy $r_c \sim 10^8 \frac{1}{GeV} \approx 10A$

Prawo Newtona w wyższych wymiarach

Siła grawitacyjna z jaką oddziałują dwie masy leżące w odległości $r \gg r_c$ od siebie jest równa:

$$F_G = \frac{G_N m_1 m_2}{r^2}.$$

Jednak jeśli eksperyment przeprowadzany jest na odległości $r \ll r_c$ to:

$$F_G \sim \frac{G_N m_1 m_2 r_c^n}{r^{n+2}}.$$

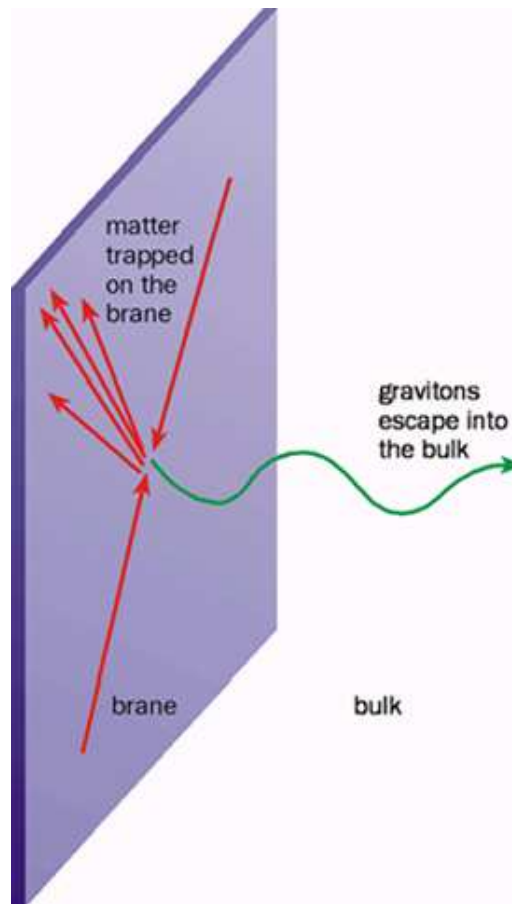
Jeszcze do niedawna prawo Newtona było sprawdzone na odległościach $r > 1\text{mm}$.



Rysunek 18: Waga skręceń.

Najnowsze eksperymenty potwierdzają słuszność prawa Newtona na odległościach $r > 10\mu\text{m}$.

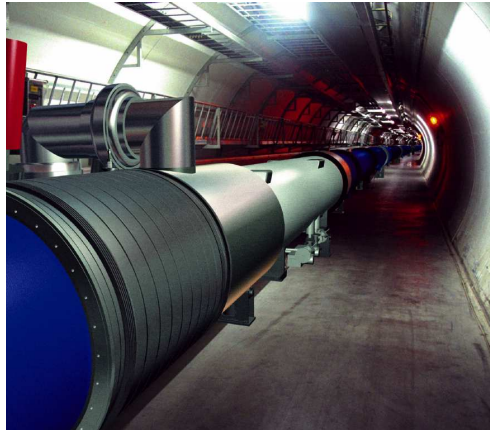
'Ucieczka' materii w wyższe wymiary



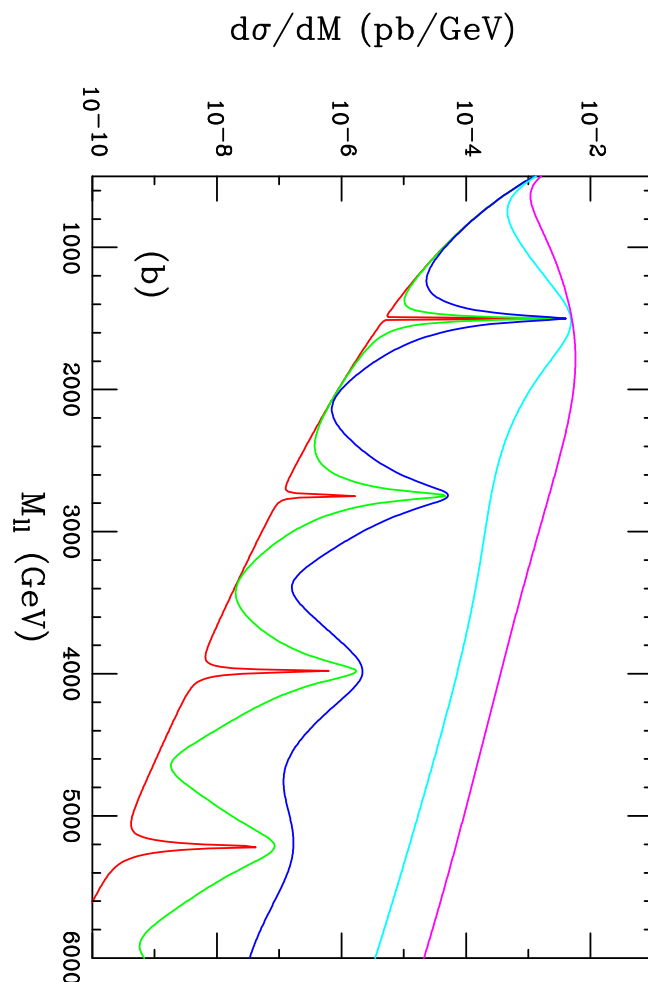
Rysunek 19: Grawiton 'ucieka' w wyższe wymiary.



Rysunek 20: Cern pod Genewą.

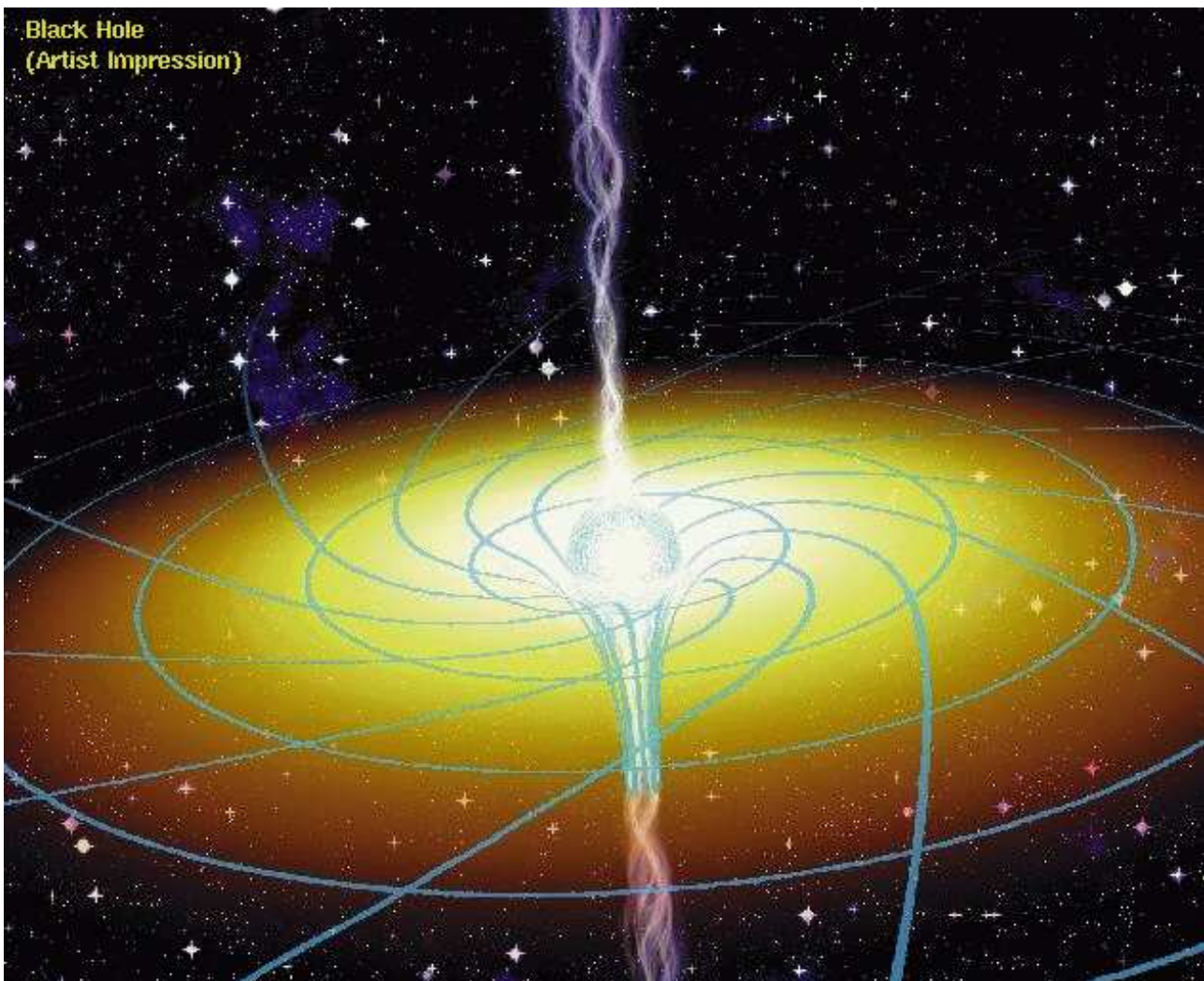


Rysunek 21: Tunel Dużego Zderzacza Hadronowego w Cernie.

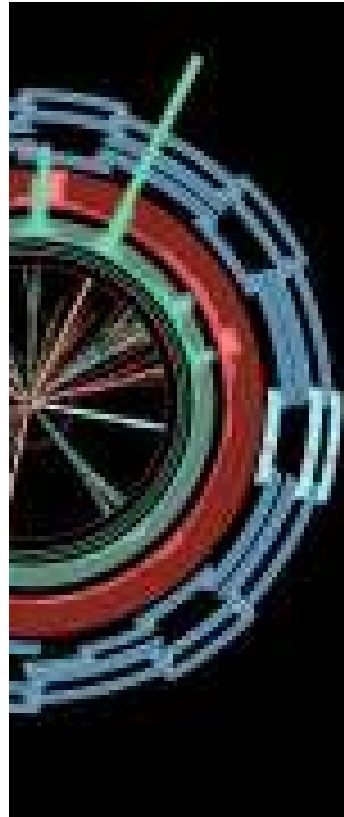


Rysunek 22: Tak będzie wyglądać rejestracja rozpadów ciężkich grawitonów w LHC.

Czarne dziury w wyższych wymiarach



Rysunek 23: Tak może wyglądać czarna dziura. Te produkowane w LHC będą zdecydowanie mniejsze.



Rysunek 24: Tak będzie wyglądać rejestracja czarnej dziury w LHC.

Dotychczasowe przewidywania $M > 800 GeV$. LHC może produkować nawet jedną czarną dziurę na sekundę!!!

Efekty kosmologiczne



Rysunek 25: Artystyczna wizja wybuchu supernowej.

Obserwacje wybuchu Supernowej 1987A wykluczają istnienie mniej niż trzech dodatkowych wymiarów ($n > 2$).