

CO TAK PIĘKNIE GRA?

(Fizyka dźwięku i instrumentów muzycznych)

Festiwal Nauki 2005

Krzysztof Rejmer

Instytut Fizyki Teoretycznej UW

RUCH FALOWY (1)

Co to jest fala

Zaburzenie lub zmiana w ośrodku materialnym (próżni), które przenosi energię i pęd; może mieć postać sprężystej deformacji ośrodka, zmiany ciśnienia, gęstości, temperatury, natężenia pola elektrycznego, indukcji magnetycznej czy potencjału elektrycznego.

Fale poprzeczne i podłużne

<http://www.kettering.edu/~drussell/Demos/waves/wavemotion.html>

RUCH FALOWY (2)

Fale stojące (BARDZO MYLĄCA NAZWA!!!)

<http://www.kettering.edu/~drussell/Demos/superposition/superposition.html>

Generacja fal przez drgające obiekty

<http://www.kettering.edu/~drussell/Demos/rad2/mdq.html>

Animation courtesy of Dr. Dan Russell, Kettering University

Opis fali sinusoidalnej

- polaryzacja (tylko fale poprzeczne)
- amplituda A
- długość fali λ
- okres T
- częstotliwość $f = \frac{1}{T}$ jednostka $1\text{Hz} = 1\text{s}^{-1}$
- częstość $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$
- sinusoidalna fala płaska $f(x,t) = A \sin\left(2\pi \left[\frac{x}{\lambda} \pm \frac{t}{T}\right] + \varphi\right)$
- prędkość fali $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$

prędkość fali dźwiękowej w warunkach normalnych:

powietrze: 344 m/s woda (czysta): 1498 m/s

Zjawiska falowe

- odbicie fal

<http://www.kettering.edu/~drussell/Demos/reflect/reflect.html>

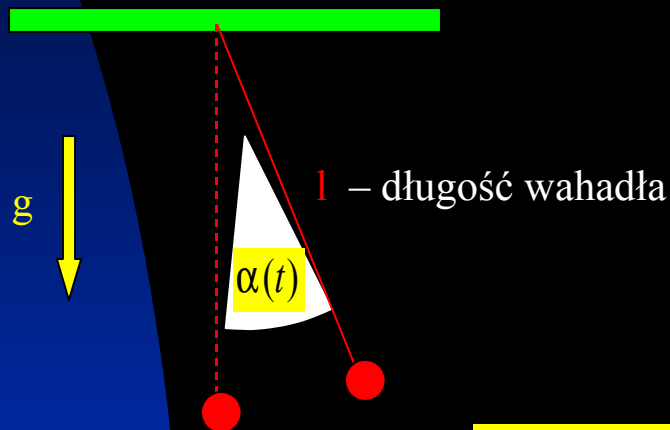
- załamanie fal
- dyspersja
- interferencja
- dyfrakcja



DRGANIA – REZONANS (1)

Oscylator harmoniczny: siła proporcjonalna do wychylenia z położenia równowagi; przypadek bez tłumienia

- **PRZYKŁAD 1** wahadło matematyczne w jednorodnym polu grawitacyjnym:



częstość drgań własnych

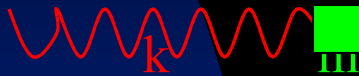
$$\omega_0^2 = \frac{g}{l}$$

$$\alpha(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

DRGANIA – REZONANS (2)

■ PRZYKŁAD 2 masa na sprężynce:

masa m , współczynnik sprężystości sprężyny k



częstość drgań własnych

wychylenie masy z położenia równowagi

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

DRGANIA – REZONANS (3)

Siła wymuszająca:

$$F(t) = F_0 \sin \omega t$$

Jeśli częstość ω jest różna od ω_0
drgania wymuszone z amplitudą

$$\frac{F_0}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

Jeśli obie częstości są sobie równe, amplituda rośnie liniowo w czasie (rezonans),
opis zbyt uproszczony.

<http://www.ketchum.org/bridgecollapse.html>

układy o wielu stopniach swobody – wiele częstości drgań
własnych!!!

FALE DŹWIĘKOWE

- Zakres słyszalnych częstotliwości

Człowiek: 20Hz – 20 kHz

(długość fali 17,2m – 1,72cm)

- Natężenie i głośność

Człowiek: $10^{-12} \frac{W}{m^2}$ próg słyszalności

$1 \frac{W}{m^2}$ próg bólu

- Wysokość dźwięku – częstotliwość
- Barwa dźwięku – składowe harmoniczne

MUZYKA

- Pitagoras: **harmonia = proporcja liczbowa** (muzyka, architektura, budowa ludzkiego ciała...)

1:2:3:4 (diapason, diapente, diatessaron – oktawa, kwinta, kwarta)

<http://www.aboutscotland.com/harmony/prop.html>

- **skale muzyczne (Europa) :**

1. starożytne skale greckie

2. średniowieczne skale kościelne

3. skale współczesne

- system durowo-molowy

- muzyka atonalna

Muzyka sfer niebieskich (1)



System sfer niebieskich na starej miniaturze pochodzącej z rękopisu z XIV w. Od dołu do góry: sfera Księżyca, Merkurego, Wenus, Słońca, Marsa, Jowisza, Saturna, oraz gwiazd stałych.

Pitagoras: ruchy ciał niebieskich są źródłem harmonijnych dźwięków. Arystoteles w traktacie "O niebie" pisał o ideach pitagorejczyków: "Opierając się [...] na fakcie, że prędkość gwiazd, która zależy od ich odległości, jest proporcjonalna do akordów muzycznych, twierdzą, że dźwięk wydawany przez ruch kołowy gwiazd jest harmonijny".

Muzyka sfer niebieskich (2)

Średniowiecze: ponad sferami rozbrzmiewa muzyka niebiańska (muzyka aniołów). Instrumentarium ewoluowało wraz z rozwojem Instrumentów muzycznych.



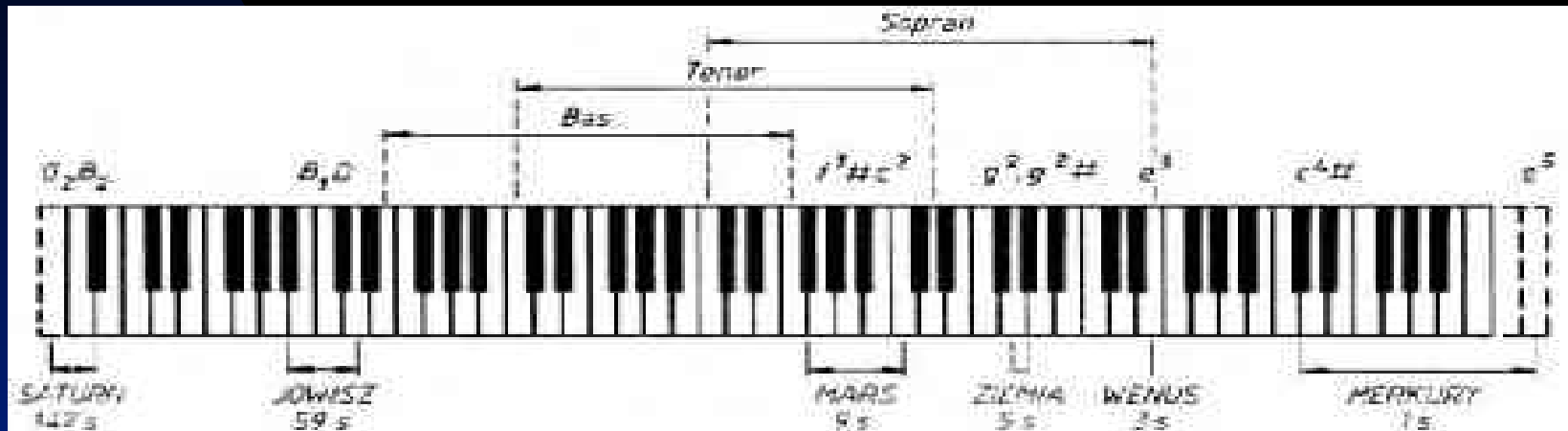
Kepler:

- Prawa Keplera (I i II 1609 r., III 1619 r.).

<http://home.cvc.org/science/kepler.htm>

Muzyka sfer niebieskich (3)

Ciekawostka: fortepianowy wykład mechaniki nieba; częstotliwości obiegu planet wokół Słońca są współmierne tak jak dźwięki, którym odpowiadają klawisze fortepianu.



Dwa pierwsze prawa Keplera:

ruchy planet rozpisane na klawiaturę fortepianu. Na klawiaturze fortepianu koncertowego nie mieszczą się tylko najwyższe dźwięki Merkurego i najniższe Saturna; z tradycyjnych instrumentów wszystkie planety jednocześnie zdolne są objąć jedynie organy.

Muzyka sfer niebieskich (4)

Keplerowska muzyka planet nie dotyczyła jedynie osobno każdej z planet. Możliwe jest, że planety zajmują na orbitach położenia takie, że prędkości planet, (wszystkich jednocześnie), pozostają w harmonijnych stosunkach. Kepler wierzył, że takie ustawienie planet zdarzyło się dotąd tylko jeden raz – w momencie stworzenia świata. Muzyka Wszechświata miała wtedy wypełniać całą przestrzeń. Po raz to się wydarzy w dniu końca świata.

W rzeczywistości prawa Keplera obowiązują tylko dla jednej planety, nie uwzględniają oddziaływania między nimi. **W muzyce planet pojawiają się dysonanse!**

Amerykańscy uczeni z Uniwersytetu Yale, John Rodgers (geolog) i Willie Ruff (muzyk), nagrali płytę z muzyką planet według Keplera, uwzględnili także planety odkryte później: Urana, Neptuna i Plutona. Ponieważ jednak nawet po przeskalowaniu częstości tych planet nie mieszczą się w zakresie możliwości percepcji ludzkiego słuchu, utworzyli z nich sekcję rytmiczną.

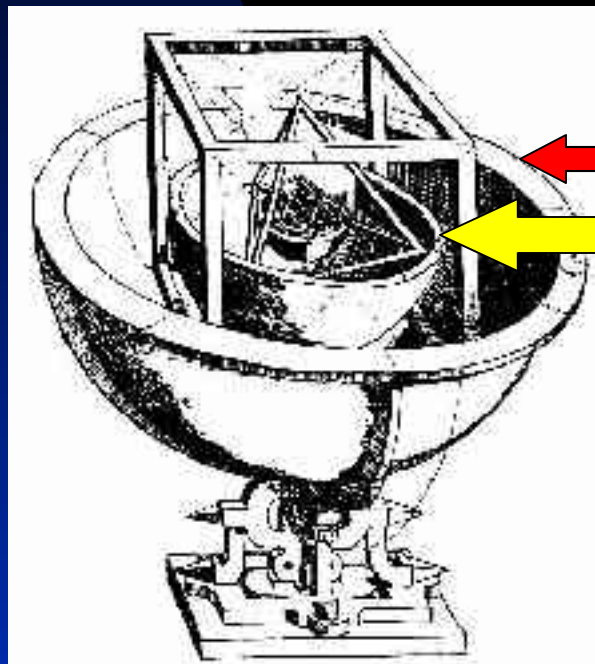
Muzyka sfer niebieskich (5)

Trzecie prawo Keplera w przybliżony sposób oddają zmiany tempa: **Merkury** – *allegro*, **Ziemia i Wenus** – *vivace*, **Mars** – *andante*, **Jowisz** – *maestoso*, **Saturn** – *adagio molto*.

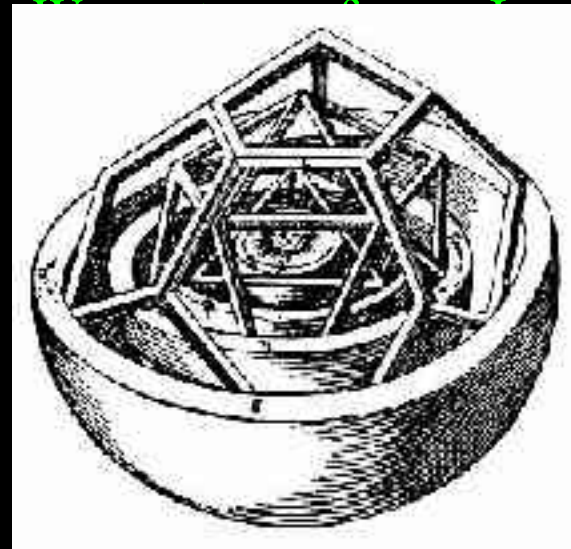
[http://www.amazon.com/exec/obidos/tg/detail
-/B00013ZHI6/ref=j_disp_dwnld
_1/103-9601627-7203022?v=glance&s=classical&st
=digital-music](http://www.amazon.com/exec/obidos/tg/detail/-/B00013ZHI6/ref=j_disp_dwnld_1/103-9601627-7203022?v=glance&s=classical&st=digital-music)

Bryły platońskie (1)

Pierwszy model układu planetarnego Keplera (*Mysterium Cosmographicum* 1596 r.). Odległości pomiędzy planetami tłumaczone za pomocą brył platońskich. Model tłumaczy dlaczego jest tylko sześć planet (istnieje pięć brył platońskich).



Zewnętrzna sfera – Saturn



Bryły platońskie (2)

Bryły platońskie (bryły, których bokami są w każdym przypadku jednakowe wielokąty foremne, jest tych brył tylko pięć) odpowiadają **elementom (pierwiastki)** budujące pitagorejski Wszechświat.

- czworościan foremny – ogień



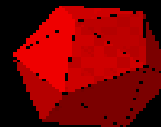
- ośmiościan foremny – powietrze



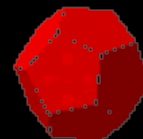
- sześciąt foremny – ziemia



- dwudziestościan foremny – woda



- dwunastościan foremny – eter



Bryły platońskie (3)

- Model jest oczywiście fałszywy, poza tym wyznaczone za jego pomocą odległości są tylko przybliżone.
- **Wnioski:**
 - a. **Prawda i piękno nie zawsze są tym samym!**
 - b. **Matematyka, która jest jednym z najważniejszych narzędzi fizyka, nieumiejętnie stosowana może prowadzić na zupełne manowce!**

Wszystko powinno być zrobione tak prosto jak to możliwe, ale nie prościej (Albert Einstein).

Muzyka sfer niebieskich (6)

- Hazrat Inajat Khan (1887 – 1927), muzułmański mistyk (sufi) i muzyk z Indii: "znający tajemnice dźwięku zna tajemnice Wszechświata".



- Gustaw Holst (1874 – 1934): suita “Planety”.
<http://www.aquarianage.org/lore/holst.html>

„Muzyka” wczesnego Wszechświata

- Wielki wybuch
- Inflacja
- Rekombinacja
- Mikrofalowe promieniowanie tła: od 3000K(rekombinacja) do 2,7K (dziś)
- Plazma protonowo-elektronowa+fotony
- Fluktuacje gęstości – fale akustyczne – fluktuacje temperatury

- Penzias i Wilson 1965
- Satelita COBE 1990
- Sonda WMAP 2001

INSTRUMENTY MUZYCZNE (1)

Aerofony – instrumenty dęte
(ponizej fagot, trąbka, flet poprzeczny)



INSTRUMENTY MUZYCZNE (2)

proste piszczałki



jedna piszczałka daje wiele dźwięków (1)

wiele piszczałek, każda daje jeden dźwięk (2)

dudy (gajdy, koza): instrument o kilku piszczałkach wydających po kilka dźwięków, podwójne flety



koza biała (Wielkopolska)

dudy
szkockie



INSTRUMENTY MUZYCZNE (3)

Kobza jest instrumentem strunowym!!! (rodzajem lutni)



(1) trąbka, obój, klarnet, róg, waltornia, saksofon, puzon, flet ...

na przykład Alphorn ...



INSTRUMENTY MUZYCZNE (4)

(2) organy, harmonijka ustna, **fletnia Pana**



<http://www.dajoeri.com/>

<http://home.att.net/~bandura.ca/VMfolkBook/wind.html>

INSTRUMENTY MUZYCZNE (5)

Podziały instrumentów dętych:

Ze względu na sposób dostarczania powietrza

- z ustnikiem,
- z miechem (organy, akordeon, częściowo dudy)

POWSTAWANIE DŹWIĘKU

- Rezonator Helmholtza

- słup powietrza o obu końcach otwartych

<http://www.physicsclassroom.com/Class/sound/U11L5c.html>

- słup powietrza o jednym końcu otwartym

<http://www.physicsclassroom.com/Class/sound/U11L5d.html>

- ciśnienie versus drgania powietrza

<http://www.phys.unsw.edu.au/~jw/pipes.html>

INSTRUMENTY MUZYCZNE (6)

ORGANY

<http://www.johann-sebastian-bach.org/bwv565/bwv565.htm>

Katedra w Chartres



INSTRUMENTY MUZYCZNE (7)

Konsola i piszczałki



<http://www.danishchurch.vancouver.bc.ca/history/organ.html>

INSTRUMENTY MUZYCZNE (8)

chordofony – instrumenty strunowe
(ponizej gitara, skrzypce, harfa, fortepian)



INSTRUMENTY MUZYCZNE (9)

Podział instrumentów strunowych:

Ze względu na sposób wydobywania dźwięku

- smyczkowe (skrzypce, altówka, wiolonczela ...)
- szarpane (harfa, gitara, buzouki, lutnia, oud, bandura, teorban, cytra, bałalajka, mandolina, banjo, sitar ...)
- uderzane (fortepian, pianino, klawesyn, cymbały ...)

<http://www.dudziarz.art.pl/lira/mp3.html>

http://etno.serpent.pl/syrbacy/hurdy-gurdy_festival.html

INSTRUMENTY MUZYCZNE (10)

<http://www.musicoflebanon.com/marcel-page.htm>

al oud – zrobiony z drewna



lutnia

oud – lutnia arabska



INSTRUMENTY MUZYCZNE (11)

bandura typu charkowskiego



INSTRUMENTY MUZYCZNE (12)

INSTRUMENTY POCHODZĄCE Z INDII

Tanpura



Israj (Esraj)



INSTRUMENTY MUZYCZNE (13)

Rudra Veena



Saraswati Veena



Sarangi



http://www.musicalnirvana.com/instruments/rudra_veena.html

<http://www.angelfire.com/sd/sarma/music1.html>

INSTRUMENTY MUZYCZNE (14)

Sitar



Ravi Shankar



George Harrison



http://www.amazon.com/exec/obidos/tg/detail/-/B0000024SZ/ref=pd_bxgy_text_1/103-9601627-7203022?v=glance&s=music&st=*_#product-details

INSTRUMENTY MUZYCZNE (15)

Sarod



Swarmandal



INSTRUMENTY MUZYCZNE (16)

INNE AZJATYCKIE INSTRUMENTY

Kamanche (kamancheh) – skrzypce perskie

<http://www.duke.edu/~azomorod/kamanche.html>

http://www.dejkam.com/music/iran_traditional/instruments/kamancheh/



INSTRUMENTY MUZYCZNE (17)

erhu – skrzypce chińskie



<http://www.musicmall-asia.com/malaysia/instruments/Erhu/>

INSTRUMENTY MUZYCZNE (18)

p'i– p'a (pipa, pea – puh) – Chiny lub biwa – Japonia



<http://liufangmusic.net/cds/>

INSTRUMENTY MUZYCZNE (19)

Morin Khur - skrzypce mongolskie



[http://www.tarbagan.com/batuvshin.](http://www.tarbagan.com/batuvshin)

inne instrumenty chińskie

<http://www.philmultic.com/home/instruments/>

Skrzypce (1)

<http://www.karadar.com/Dictionnaire/paganini.html>

Średniowiecze – wiele różnych instrumentów smyczkowych, dworskich i ludowych, często pochodzenia arabskiego (wschodniego). XVI wiek: popularne instrumenty to viola da gamba oraz viola da braccia. W XVI i XVII wieku, rozwijają się instrumenty z dzisiejszej rodziny skrzypiec, osiągając szczyt swego rozwoju w XVIII wieku.

Mistrzowie z Cremony:

Antonio Stradivari (1644 – 1737)

Giuseppe Guarneri (1698 – 1744)

Skrzypce (2)

Viola :

- **viola da braccio** poprzedniczka **altówki**;
- **viola da gamba** poprzedniczka **wiolonczeli** (zwł. XVII w.);
- **viola d'amore** tenorowa, mająca prócz 7 gł. strun jeszcze 7 współbrzmiących.
- **viola di bordone** duża viola d'amore ;
- **viola da spalla** poprzedniczka wiolonczeli, noszona w procesjach na pasku przewieszonym przez ramię;
- **viola pomposa** duża, pięciostrunna (skonstruowana przez J. S. Bacha) viola.



Skrzypce (3)

Nowa rodzina instrumentów skrzypcowych

1958 – Henry Brant (kompozytor),
Frederick Saunders, Carleen Hutchins (badacze), John Schelleng i inni
(Catgut Acoustical Society)

Treble

Soprano

Mezzo

Violin (Skrzypce)

Viola (Altówka)

Alto

Tenor

Cello (Wiolonczela)

Baritone

Small bass

Bass (Bas)

Contrabass (Kontrabas)

Skrzypce (4)

Dlaczego skrzypce są tak trudnym instrumentem?

<http://plus.maths.org/issue31/features/woodhouse/>



Skrzypce (5)

Górna płyta: świerk (sezonowany 5 – 10 lat)

Dolna płyta: klon (sezonowany jeszcze dłużej). Zdarza się sezonowanie nawet i do 50 lat.

Sezonowanie – struktura krystaliczna i amorficzna – odporność na wilgoć.

<http://agnet.tamu.edu/stories/Stradivarius%20Violin.html>

Skrzypce (6)

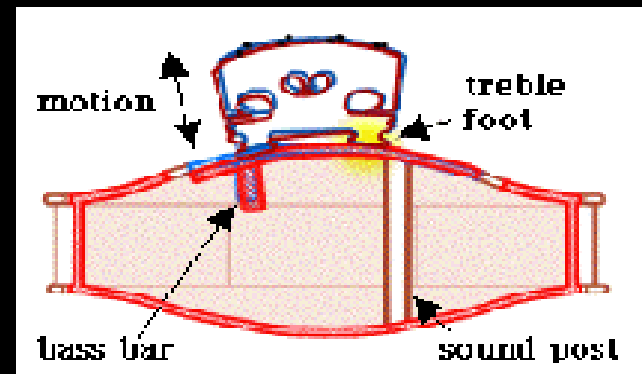


<http://www.phys.unsw.edu.au/~jw/violintro.html#First>

Skrzypce (6)

Najważniejsze cechy płyt:

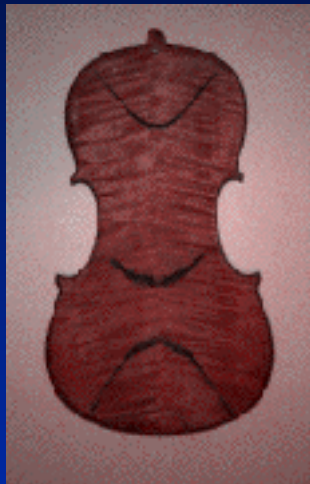
- Elastyczność wzdłuż i w poprzek włókien. **Moduł Younga** – stosunek siły działającej na jednostkę powierzchni przekroju ciała do względnej zmiany jego długości.
- Ścinanie.
- Wewnętrzne tarcie – stosunek energii rozproszonej do energii sprężystości.
- Gęstość drewna.
- Prędkość dźwięku w drewnie.



Skrzypce (7)

Wzory Chladni (metoda Chladni i interferometryczna)

<http://www.phys.unsw.edu.au/~jw/patterns3.html>



więcej informacji o akustyce instrumentów na stronie

<http://www.phys.unsw.edu.au/music/violin/>

Ciekawe strony WWW

- <http://www.s-hamilton.k12.ia.us/antiqua/rebec.htm>
- http://www.zamanproduction.com/f_instcordes.html
- http://www.hfaa.org/hardanger_fiddle.html
- <http://www.cello.org/Newsletter/Articles/celloetymology.htm>
- <http://homepages.ihug.co.nz/~ray.tomes/alex.htm>
- <http://www.skytopia.com/project/scale.html#basics>

humbaki:

http://encarta.msn.com/media_461527721/Humpback_Whales.html

DODATEK: SKALE MUZYCZNE (1)

Skala durowa (C-dur)

C1 1 D1 1 E1 1/2 F1 1 G1 1 A1 1 H1 1/2 C2

$C2:C1 = 2:1$ (oktawa) pomiędzy nimi 12 półtonów

- kwarta = cztery stopnie, odległość pięciu półtonów
- kwinta = pięć stopni, odległość siedmiu półtonów

dwa tetrachordy o strukturze 1+1+1/2

C1 1 D1 1 E1 1/2 F1 oraz G1 1 A1 1 H1 1/2 C2

DODATEK: SKALE MUZYCZNE (2)

SKALA NATURALNA (pitagorejska)

F1:C1 = 4:3 kwarta

G1:C1 = 3:2 kwinta

C2:G1 = 4:3 kwarta



$$\left. \begin{array}{l} F1:C1 = 4:3 \text{ kwarta} \\ G1:C1 = 3:2 \text{ kwinta} \\ C2:G1 = 4:3 \text{ kwarta} \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} C2:C1 = (C2:G1)(G1:C1) = \\ = (4:3) (3:2) = 2 \\ \text{czyli tak, jak być powinno} \end{array} \right.$$

Można obliczyć dowolne stosunki tonów np.

$G1:F1 = (G1:C1) (C1:F1) = (3:2)(3:4) = 9:8$ czyli około 1,125

$D1:C1 = (D1:G1) (G1:C1) = (3:4)(3:2) = 9:8$ czyli około 1,125

Podobnie stosunki dla wszystkich tonów, natomiast dla półtonów

$F1:E1 = (F1:C1) (C1:D1) (D1:E1) = (4:3)(8:9) (8:9) = 256:243$

czyli około 1,053

DODATEK: SKALE MUZYCZNE (3)

D-dur

D1 1 E1 1 Fis1 1/2 G1 1 A1 1 H1 1 Cis1 1/2 D2

W stosunku do C-dur przesunięcie o 1, ale trzeba podnieść F na Fis i C na Cis, aby zachować regułę rozmieszczenia półtonów.

Mamy zatem:

Fis1:E1 = 9:8 ale F1:E1 = 256:243 czyli

Fis1:F1 = (Fis1:E1) (E1:F1) = (9:8) (243:256) = 2187:2048

Co daje w przybliżeniu 1,068

DODATEK: SKALE MUZYCZNE (4)

SKALA TEMPEROWANA

- półton: 1/12 oktawy, odległość dźwięku, którego częstotliwości pozostają w stosunku

$$\left(2\right)^{\frac{1}{12}} \approx 1,059$$

- ton (odległość dwóch półtonów) czyli w stosunku

$$\left(2\right)^{\frac{2}{12}} \approx 1,122$$

- kwarta (odległość pięciu półtonów) czyli w stosunku

$$\left(2\right)^{\frac{5}{12}} \approx 1,335$$

- kwinta (odległość siedmiu półtonów) czyli w stosunku

$$\left(2\right)^{\frac{7}{12}} \approx 1,498$$